

Podstawowe definicje statystyczne

1. Definicje podstawowych wskaźników statystycznych

Do opisu wyników surowych (w punktach, w skali procentowej) stosuje się następujące wskaźniki statystyczne:

- **wynik minimalny** - najniższy wynik uzyskany przez uczniów w badanej grupie
- **wynik maksymalny** - najwyższy wynik uzyskany przez uczniów w badanej grupie
- **rozstęp wyników** - różnica między maksymalnym i minimalnym wynikiem
- **wynik średni**, który obliczamy następująco:

$$\text{wynik średni} = \frac{\text{suma punktów uzyskanych przez uczniów z zestawu zadań}}{\text{liczba uczniów}}$$

(Średni wynik żeby był wiarygodny, musi być wyliczony z odpowiednio dużego zbioru wyników – im większy zbiór wyników, tym bardziej godny zaufania jest wynik średni, natomiast im mniejszy zbiór, tym większy udział przypadku w powstawaniu wyniku średniego.)

- **modalna** - wynik najczęściej występujący w badanej grupie
- **mediana** - wynik środkowy w badanej grupie, poniżej i powyżej którego znajduje się po około 50% wyników
- **odchylenie standardowe** (miara rozrzutu wyników), które obliczamy następująco:

$$\text{odchylenie standardowe} = \sqrt{\frac{\text{suma kwadratów odchyleń wyniku od wyniku średniego}}{\text{liczba uczniów}}}$$

(Przykład: wynik średni wynosi 29,2, a odchylenie standardowe - 6,9. Oznacza to, że około 70% uczniów uzyskało wyniki w przedziale od 22 punktów do 36 punktów. Granice tego przedziału obliczamy odejmując od wyniku średniego i dodając do wyniku średniego wartość odchylenia standardowego (29,2-6,9; 29,2+6,9).)

- **łatwość zadania (umiejętności)**, którą obliczamy następująco:

$$\text{łatwość} = \frac{\text{suma punktów uzyskanych przez uczniów za zadanie (umiejętność)}}{\text{suma punktów możliwych do uzyskania za to zadanie (umiejętność)}}$$

- **łatwość zestawu zadań**, którą obliczamy następująco:

$$\text{łatwość} = \frac{\text{suma punktów uzyskanych przez uczniów z zestawu zadań}}{\text{suma punktów możliwych do uzyskania za ten zestaw przez wszystkich uczniów}}$$

Wartość wskaźnika łatwości zadania lub zestawu zadań można wykorzystać do interpretacji poszczególnych zadań lub typów arkuszy ze względu na ich trudność. Do interpretacji zastosowano poniższą tabelę.

Tabela 1. Wartość wskaźnika łatwości i jego interpretacja

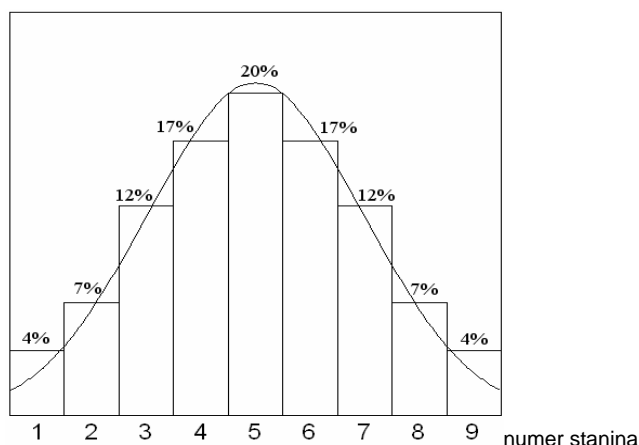
Wartość wskaźnika łatwości	Interpretacja
0,00 - 0,19	bardzo trudny
0,20 - 0,49	trudny
0,50 - 0,69	umiarkowanie trudny
0,70 - 0,89	łatwy
0,90 - 1,00	bardzo łatwy

2. Definicje wybranych skal znormalizowanych

2.1. Dziewięciostopniowa skala staninowa

Jedną z znormalizowanych skal standardowych jest **dziewięciostopniowa skala staninowa**, zwana „standardową dziewiątką”. Została ona opracowana na podstawie rozkładu normalnego wyników poprzez uporządkowanie wyników surowych od wyniku najniższego do najwyższego. Wyróżniono 9 przedziałów wyników, które kolejno zawierają 4% wyników najniższych, 7% wyników bardzo niskich, 12% wyników niskich, 17% wyników niżej średnich i 20% wyników średnich oraz analogicznie w górę 17% wyników wyżej średnich, 12% wyników wysokich, 7% wyników bardzo wysokich i 4% wyników najwyższych. Przedziały te ponumerowano od 1. do 9. i nazwano staninami, zatem w kolejnych staninach mieszczą się coraz wyższe wyniki. Średnia staninów wynosi 5, a odchylenie standardowe równe jest 1,96. Siedem wewnętrznych staninów (od stanina 2. do stanina 8.) ma jednakową długość, równą połowie odchylenia standardowego. Dwa skrajne staniny, pierwszy i dziewiąty nie mogą być unormowane, gdyż muszą sięgać z jednej strony minimum, a z drugiej maksimum skali wyników surowych (Rysunek 1.).

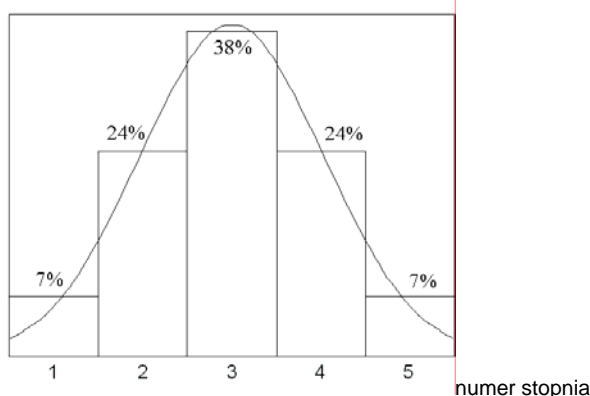
Rysunek 1. Znormalizowany rozkład wyników na skali staninowej



2.2. Skala pięciostopniowa

Inną znormalizowaną skalą standardową jest **skala pięciostopniowa**, którą stosuje się do mniejszych zbiorów wyników (np. średnich wyników w gminach, powiatach). Została ona opracowana podobnie jak skala staninowa, czyli na podstawie rozkładu normalnego wyników poprzez uporządkowanie surowych wyników od wyniku najniższego do najwyższego. Wyróżniono 5 przedziałów wyników, które kolejno zawierają 7% wyników niskich, 24% wyników niżej średnich, 38% wyników średnich, 24% wyników wyżej średnich i 7% wyników wysokich. W kolejnych stopniach (od 1. do 5.) mieszczą się coraz wyższe wyniki. Średnia w skali pięciostopniowej wynosi 3, a odchylenie standardowe 1 (Rysunek 2.).

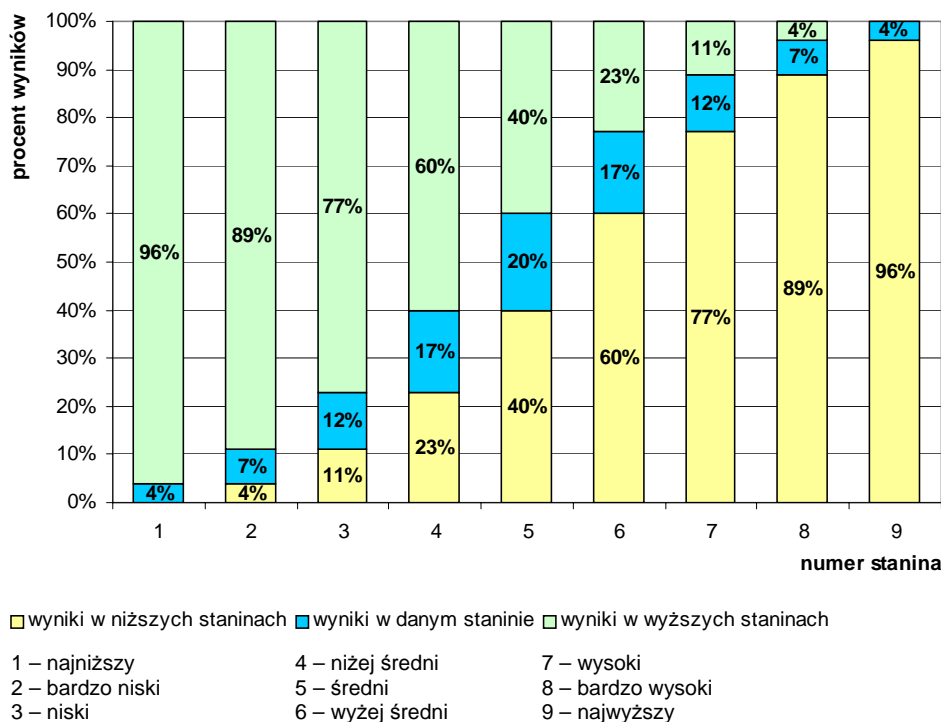
Rysunek 2. Znormalizowany rozkład wyników na skali pięciostopniowej



2.3. Statystyczna interpretacja wyników (zdających, szkół) na skali staninowej

Na przykład, gdy wynik surowy znajduje się w stanie szóstym, znaczy to, że 17% badanych uzyskało wyniki mieszczące się w tym samym przedziale, 60% - poniżej dolnej granicy tego przedziału, a 23% - powyżej górnej granicy tego przedziału (Rysunek 3.).

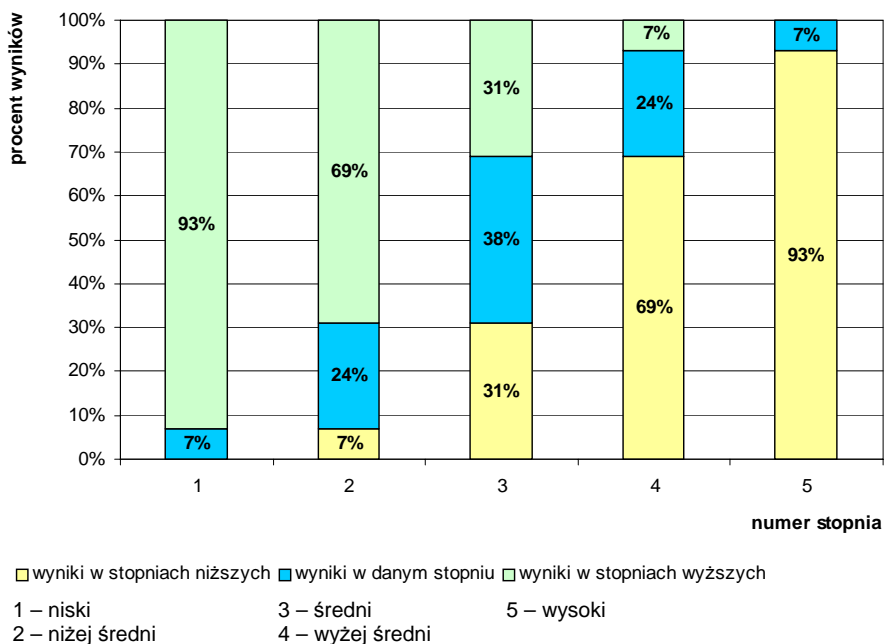
Rysunek 3. Statystyczna interpretacja wyniku na skali staninowej



2.4. Statystyczna interpretacja wyników (gmin, powiatów) na skali pięciostopniowej

Na przykład, gdy wynik znajduje się w stopniu czwartym, znaczy to, że 24% jednostek analizowanego zbioru wyników uzyskało wyniki mieszczące się w tym samym przedziale, 69% - poniżej dolnej granicy tego przedziału, a 7% - powyżej górnej granicy tego przedziału (Rysunek 4.).

Rysunek 4. Statystyczna interpretacja wyniku na skali pięciostopniowej



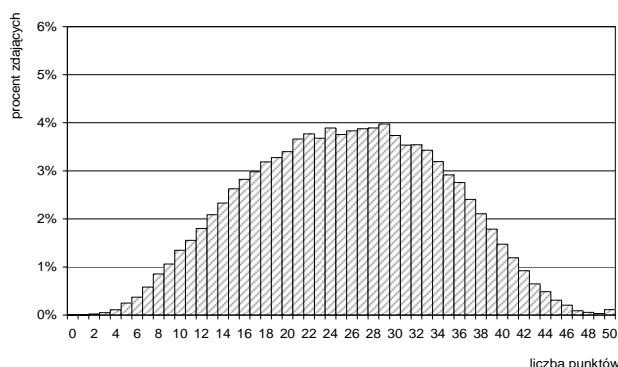
3. Przedstawianie rozkładów wyników

Rozkłady wyników można przestawić w postaci graficznej lub tabelarycznej.

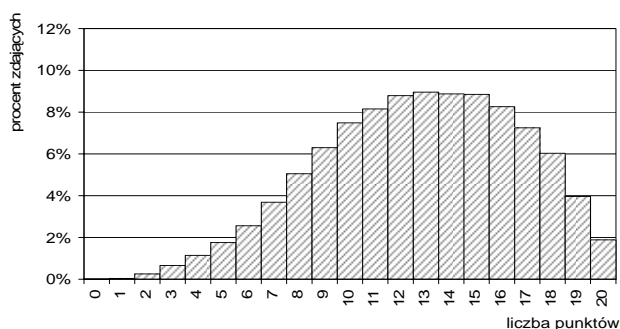
3.1. Graficzne rozkłady liczebności wyników

Rozkłady wyników w postaci graficznej stosuje się do prezentacji surowych wyników dla dużych populacji. Można je przedstawiać między innymi wykresem słupkowym (histogramem). Na osi poziomej umieszczony jest wynik (liczba punktów lub procent punktów) albo przedział wyników. Na osi pionowej podany jest procent lub liczba jednostek, które dany wynik uzyskały. Na Rysunku 5. przedstawiono przykłady najbardziej typowych rozkładów wyników zdających.

Rysunek 5. Przykłady graficznych rozkładów liczebności wyników zdających



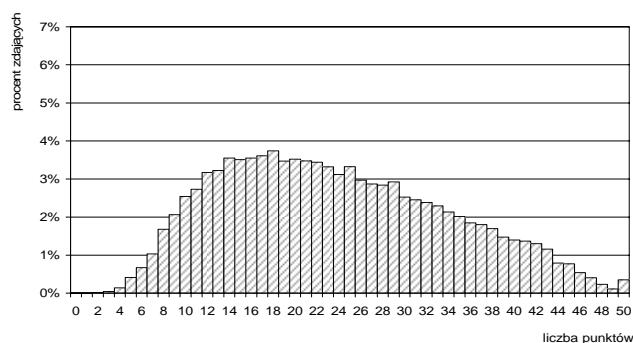
Rozkład wyników zbliżony do rozkładu normalnego.



Rozkład ujemnie skośny (lewostronny).

Rozkład taki może oznaczać, że:

- badana grupa uczniów ma wysokie wyniki
- zestaw zadań był zbyt łatwy.



Rozkład dodatnio skośny (prawoskośny).

Rozkład taki może oznaczać, że

- badana grupa uczniów ma niskie wyniki
- zestaw zadań był zbyt trudny.

3.2. Tabelaryczne rozkłady liczebności wyników

Rozkład wyników w postaci tabelarycznej stanowi zestawienie, które obejmuje wynik surowy (liczbę lub procent punktów) oraz liczbę zdających (liczebność) i/lub procent zdających, którzy dany wynik uzyskali. Przykład tabelarycznego rozkładu wyników przedstawiono w Tabeli 2. W ten sposób można również przedstawiać rozkłady wyników wyrażonych w skalach znormalizowanych, np. w staninach (Tabela 3.).

Tabela 2. Przykład zestawienia wyników zdających w klasie

Liczba punktów	8	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Liczebność	2	1	1	3	2	3	1	3	1	2	3	3	4	1	2	1	1
% zdających	5,9	2,9	5,9	8,8	5,9	8,8	5,9	8,8	5,9	5,9	8,8	8,8	11,9	5,9	5,9	5,9	5,9

Tabela 3. Przykład procentowego rozkładu wyników zdających na skali staninowej

Stanin	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Procent wyników w powiecie P	4,3	7,1	14,3	18,6	21,4	24,3	4,3	2,9	2,9

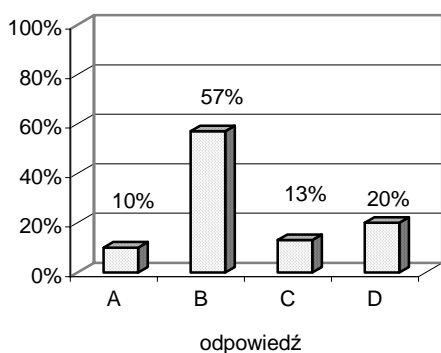
3.3 Przedstawianie rozkładów wyboru odpowiedzi w zadaniach wyboru wielokrotnego

Rozkład wyboru odpowiedzi w zadaniach wyboru wielokrotnego można przedstawić graficznie lub tabelarycznie. Na Rysunku 6. przedstawiono przykład prezentacji graficznej.

Rysunek 6. Przykład rozkładu wyboru odpowiedzi

Poprawna odpowiedź: **B**

Wybieralność odpowiedzi



57% zdających udzieliło prawidłowej odpowiedzi. Oznacza to, że łatwość tego zadania wznosi 0,57, co kwalifikuje je do zadań umiarkowanie trudnych. Odpowiedzi niepoprawne (tzw. dystraktory) były w porównywalnym stopniu atrakcyjne dla zdających.