CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

KOD | **PESEL**

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to **M-400**.

Egzamin maturalny *Formuła 2023*

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

TEST DIAGNOSTYCZNY

Symbol arkusza
MMAP-P0-**400**-2209

DATA: **29 września 2022 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **do 270 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:
- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Układ graficzny
© CKE 2022

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 47 stron (zadania 1–26). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
4. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
5. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
6. Nie wypełniaj karty odpowiedzi dołączonej do arkusza.
7. W zadaniach zamkniętych zaznacz swój wybór znakiem ✕, np.:

   A.

   ~~B.~~

   C.

   D.

Jeśli się pomylisz, otocz znak ✕ kółkiem i zaznacz inną odpowiedź, np.:

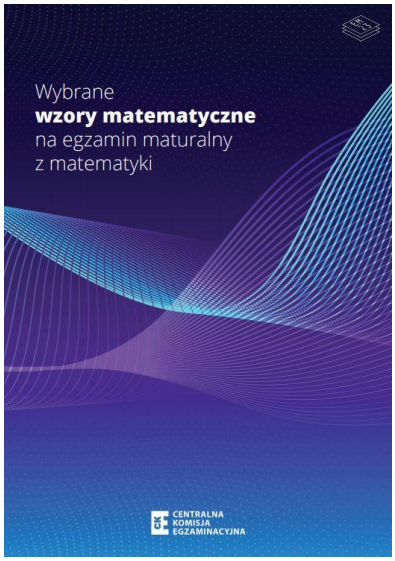
A.

⊗

✕

D.

8. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
9. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z taką okładką, jak poniżej.



Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $(1 + 3 \cdot 2^{-1})^{-2}$ jest równa

A. $\frac{25}{4}$

B. $\frac{4}{25}$

C. $\frac{36}{49}$

D. $\frac{40}{9}$

BRUDNOPIS

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $2\log_5 5 + 1 - \frac{1}{2}\log_5 625$ jest równa

A. 1

B. 5

C. 10

D. 25

BRUDNOPIS

Zadanie 3. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich różnych liczb naturalnych czterocyfrowych, które są nieparzyste i podzielne przez 25, jest

A. $9 \cdot 9 \cdot 2$

B. $9 \cdot 10 \cdot 2$

C. $9 \cdot 9 \cdot 4$

D. $9 \cdot 10 \cdot 4$

BRUDNOPIS

Zadanie 4. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 1$ wyrażenie $\frac{2}{x-1} - 5$ jest równe

A. $\frac{-5x+1}{x-1}$

B. $\frac{-5x+7}{x-1}$

C. $\frac{-5x+3}{x-1}$

D. $\frac{-5x-3}{x-1}$

BRUDNOPIS

Zadanie 5. (0–2)

Dokończ zdanie. Zaznacz dwie właściwe odpowiedzi spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x i dla każdej liczby rzeczywistej y wyrażenie $9-(x^2-2xy+y^2)$ jest równe

A. $[3-(x-2y)]^2$
B. $[3+(x-2y)]^2$
C. $[3-(x+2y)]^2$
D. $[3-(x-y)]\cdot[3+(x-y)]$
E. $[3-(x+2y)]\cdot[3+(x+2y)]$
F. $-[(x-y)-3]\cdot[(x-y)+3]$

BRUDNOPIS

Zadanie 6. (0–3)

Rozwiąż równanie

$$3x^3 - 6x^2 - 27x + 54 = 0$$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 7. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie

$$\frac{(x^2+x)(x+3)(x-1)}{x^2-1}=0$$

ma w zbiorze liczb rzeczywistych dokładnie

A. jedno rozwiązanie: $x=-3$.

B. dwa rozwiązania: $x=-3$, $x=0$.

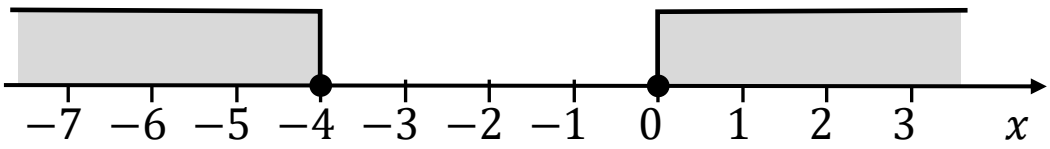
C. trzy rozwiązania: $x=-3$, $x=-1$, $x=0$.

D. cztery rozwiązania: $x=-3$, $x=-1$, $x=0$, $x=1$.

BRUDNOPIS

Zadanie 8. (0–1)

Spośród nierówności A–D wybierz tę, której zbiór wszystkich rozwiązań zaznaczono na osi liczbowej.



A. $|x+2| \leq 2$

B. $|x-2| \leq 2$

C. $|x+2| \geq 2$

D. $|x-2| \geq 2$

BRUDNOPIS

Zadanie 9. (0–1)

Klient banku wypłacił z bankomatu kwotę 1040 zł. Bankomat wydał kwotę w banknotach o nominałach 20 zł, 50 zł oraz 100 zł. Banknotów 100-złotowych było dwa razy więcej niż 50-złotowych, a banknotów 20-złotowych było o 2 mniej niż 50-złotowych.

Niech x oznacza liczbę banknotów 50-złotowych, a y – liczbę banknotów 20-złotowych, które otrzymał ten klient.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Poprawny układ równań prowadzący do obliczenia liczb x i y to

A. $\begin{cases} 20y + 50x + 100 \cdot 2x = 1040 \\ y = x - 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 20y + 50x + 50x \cdot 2 = 1040 \\ y = x - 2 \end{cases}$

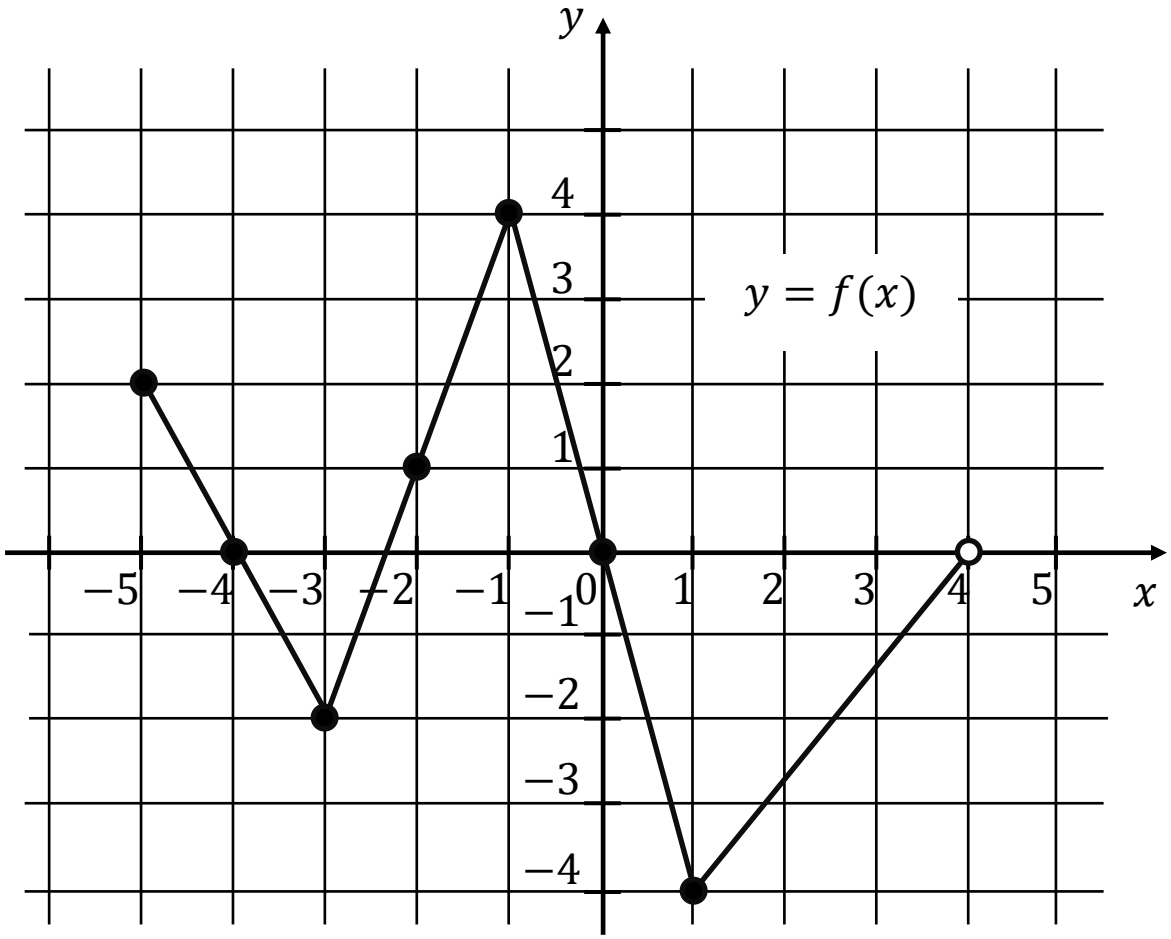
C. $\begin{cases} 20y + 50x + 100 \cdot 2x = 1040 \\ x = y - 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 20y + 50x + 50x \cdot 2 = 1040 \\ x = y - 2 \end{cases}$

BRUDNOPIS

Zadanie 10.

Na rysunku, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), przedstawiono wykres funkcji f określonej dla każdego $x \in [-5, 4)$. Na tym wykresie zaznaczono punkty o współrzędnych całkowitych.



Zadanie 10.1. (0–1)

Zapisz w wykropkowanym miejscu zbiór wartości funkcji f.

.....

<u>Pozostała część zadania na następnej stronie.</u>

Zadanie 10.2. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Dla każdego argumentu z przedziału $(-4,-2)$ funkcja f przyjmuje wartości ujemne.	P	F
Funkcja f ma trzy miejsca zerowe.	P	F

BRUDNOPIS

Zadanie 10.3. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najmniejsza wartość funkcji f w przedziale $[-4,0]$ jest równa

A. (-4)

B. (-3)

C. (-2)

D. 0

BRUDNOPIS

Zadanie 11. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są: punkt $A = (8, 11)$ oraz okrąg o równaniu $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 25$.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odległość punktu A od środka tego okręgu jest równa

A. 25

B. 13

C. $\sqrt{125}$

D. $\sqrt{265}$

BRUDNOPIS

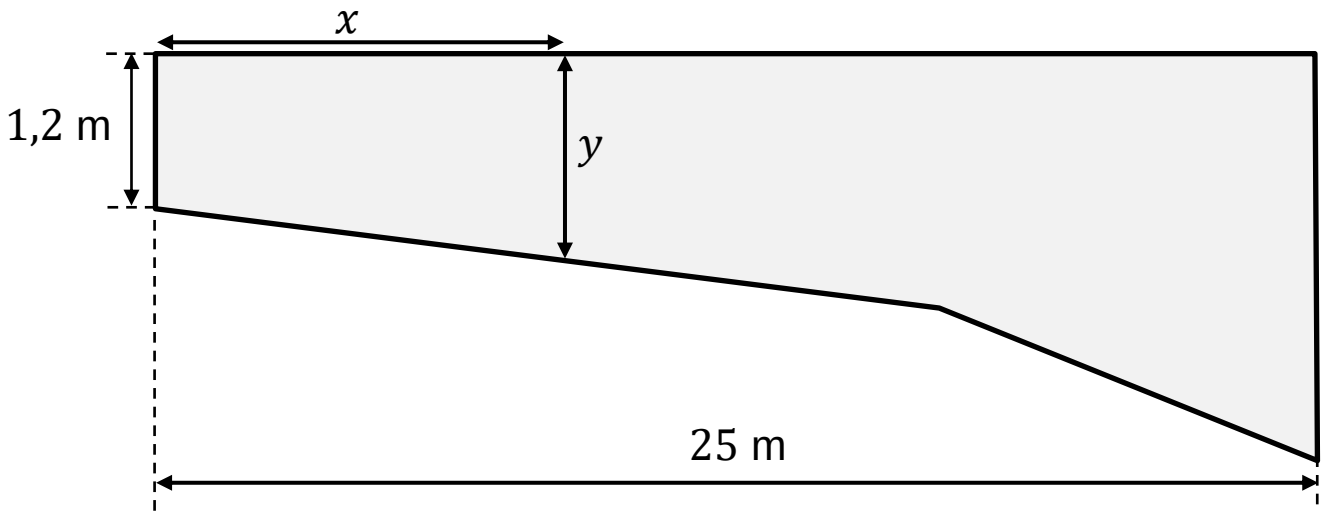
Zadanie 12.

Basen ma długość 25 m. W najpłytszym miejscu jego głębokość jest równa $1{,}2$ m. Przekrój podłużny tego basenu przedstawiono poglądowo na rysunku.

Głębokość y basenu zmienia się wraz z odległością x od brzegu w sposób opisany funkcją:

$$y = \begin{cases} ax + b & \text{dla } 0 \leq x \leq 15 \text{ m} \\ 0{,}18x - 0{,}9 & \text{dla } 15 \text{ m} \leq x \leq 25 \text{ m} \end{cases}$$

Odległość x jest mierzona od płytszego brzegu w poziomie na powierzchni wody (zobacz rysunek). Wielkości x i y są wyrażone w metrach.



Zadanie 12.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Największa głębokość basenu jest równa

A. $5{,}4$ m

B. $3{,}6$ m

C. $2{,}2$ m

D. $1{,}8$ m

BRUDNOPIS

Pozostała część zadania na następnej stronie.

Zadanie 12.2. (0–2)

Oblicz wartość współczynnika a oraz wartość współczynnika b.

Zapisz obliczenia.

Następne zadanie znajduje się na kolejnej stronie.

Zadanie 13.

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem

$f(x) = -(x-1)^2 + 2.$

Zadanie 13.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wykresem funkcji f jest parabola, której wierzchołek ma współrzędne

A. $(1, 2)$

B. $(-1, 2)$

C. $(1, -2)$

D. $(-1, -2)$

BRUDNOPIS

Zadanie 13.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

A. $(-\infty, 2]$

B. $(-\infty, 2)$

C. $(2, +\infty)$

D. $[2, +\infty)$

BRUDNOPIS

Zadanie 14.

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = \frac{7^n}{21}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zadanie 14.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pięćdziesiątym wyrazem ciągu (a_n) jest

A. $\frac{7^{49}}{3}$

B. $\frac{7^{50}}{3}$

C. $\frac{7^{51}}{3}$

D. $\frac{7^{52}}{3}$

BRUDNOPIS

Zadanie 14.2. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg (a_n) jest geometryczny.	P	F
Suma trzech początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa 20.	P	F

BRUDNOPIS

Zadanie 15. (0–1)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dana jest prosta k o równaniu $y = 3x + b$, przechodząca przez punkt $A = (-1, 3)$.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynnik b w równaniu tej prostej jest równy

A. 0

B. 6

C. (-10)

D. 8

BRUDNOPIS

Zadanie 16.

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = 3n - 1$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zadanie 16.1. (0–1)

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Ciąg (a_n) jest

A.	rosnący,
B.	malejący,
C.	stały,

ponieważ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$

1.	$a_{n+1} - a_n = -1$
2.	$a_{n+1} - a_n = 0$
3.	$a_{n+1} - a_n = 3$

BRUDNOPIS

Pozostała część zadania na następnej stronie.

Zadanie 16.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najmniejszą wartością n, dla której wyraz a_n jest większy od 25, jest

A. 8

B. 9

C. 7

D. 26

BRUDNOPIS

Zadanie 16.3. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma n początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa 57 dla n równego

A. 6

B. 23

C. 5

D. 11

BRUDNOPIS

Zadanie 17. (0–1)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dane są:

- prosta k o równaniu $y = \frac{1}{2}x + 5$
- prosta l o równaniu $y - 1 = -2x$.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k i l

A. się pokrywają.
B. nie mają punktów wspólnych.
C. są prostopadłe.
D. przecinają się pod kątem $30°$.

BRUDNOPIS

Zadanie 18. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $(1-\cos 20°)\cdot(1+\cos 20°)-\sin^2 20°$ jest równa

A. (-1)

B. 0

C. 1

D. 20

BRUDNOPIS

Zadanie 19. (0–1)

W pojemniku są wyłącznie kule białe i czerwone. Stosunek liczby kul białych do liczby kul czerwonych jest równy $4:5$. Z pojemnika losujemy jedną kulę.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe

A. $\frac{4}{9}$

B. $\frac{4}{5}$

C. $\frac{1}{9}$

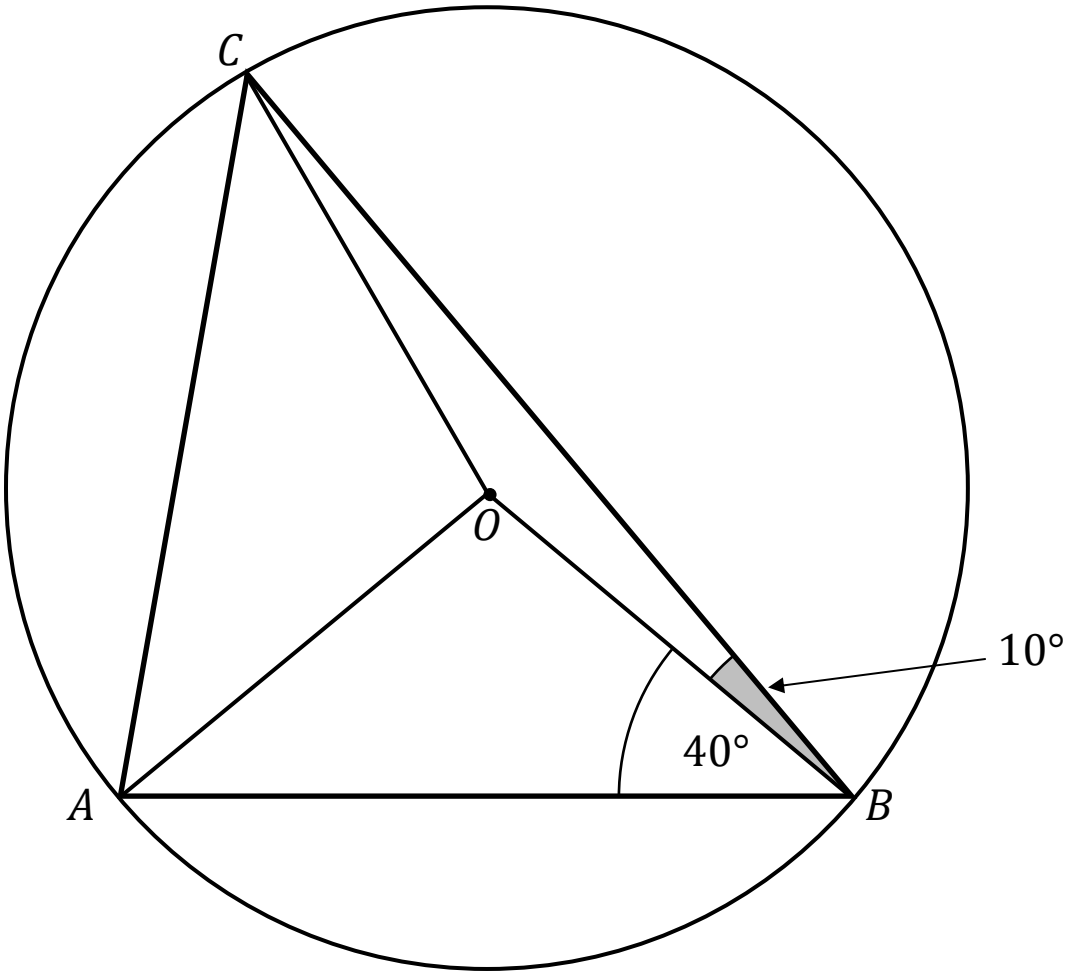
D. $\frac{1}{4}$

BRUDNOPIS

Następne zadanie znajduje się na kolejnej stronie.

Zadanie 20. (0–1)

Punkty A, B oraz C leżą na okręgu o środku w punkcie O. Kąt ABO ma miarę $40°$, a kąt OBC ma miarę $10°$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ACO jest równa

A. $30°$

B. $40°$

C. $50°$

D. $60°$

BRUDNOPIS

Zadanie 21. (0–2)

Dany jest trójkąt ABC o bokach długości 6, 7 oraz 8.

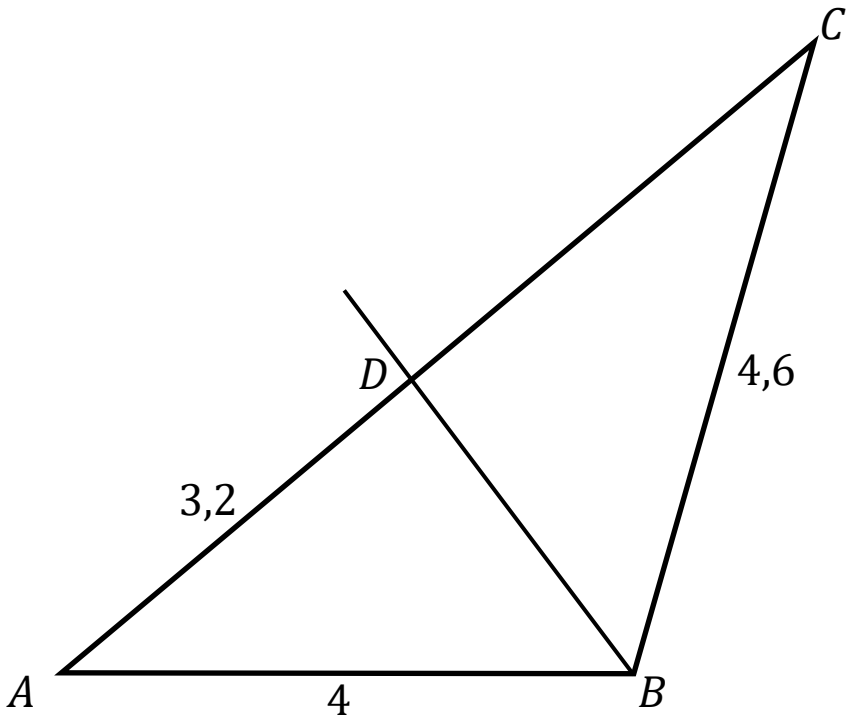
Oblicz cosinus największego kąta tego trójkąta.

Zapisz obliczenia.

Następne zadanie znajduje się na kolejnej stronie.

Zadanie 22. (0–1)

W trójkącie ABC bok AB ma długość 4, a bok BC ma długość $4{,}6$. Dwusieczna kąta ABC przecina bok AC w punkcie D takim, że $|AD| = 3{,}2$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odcinek CD ma długość

A. $\frac{64}{23}$

B. $\frac{16}{5}$

C. $\frac{24}{3}$

D. $\frac{92}{25}$

BRUDNOPIS

Zadanie 23. (0–4)

Rodzinna firma stolarska produkuje małe wiatraki ogrodowe. Na podstawie analizy rzeczywistych wpływów i wydatków stwierdzono, że:

- przychód P (w złotych) z tygodniowej sprzedaży x wiatraków można opisać funkcją $P(x) = 251x$
- koszt K (w złotych) produkcji x wiatraków w ciągu jednego tygodnia można określić funkcją $K(x) = x^2 + 21x + 170$.

Tygodniowo w zakładzie można wyprodukować co najwyżej 150 wiatraków.

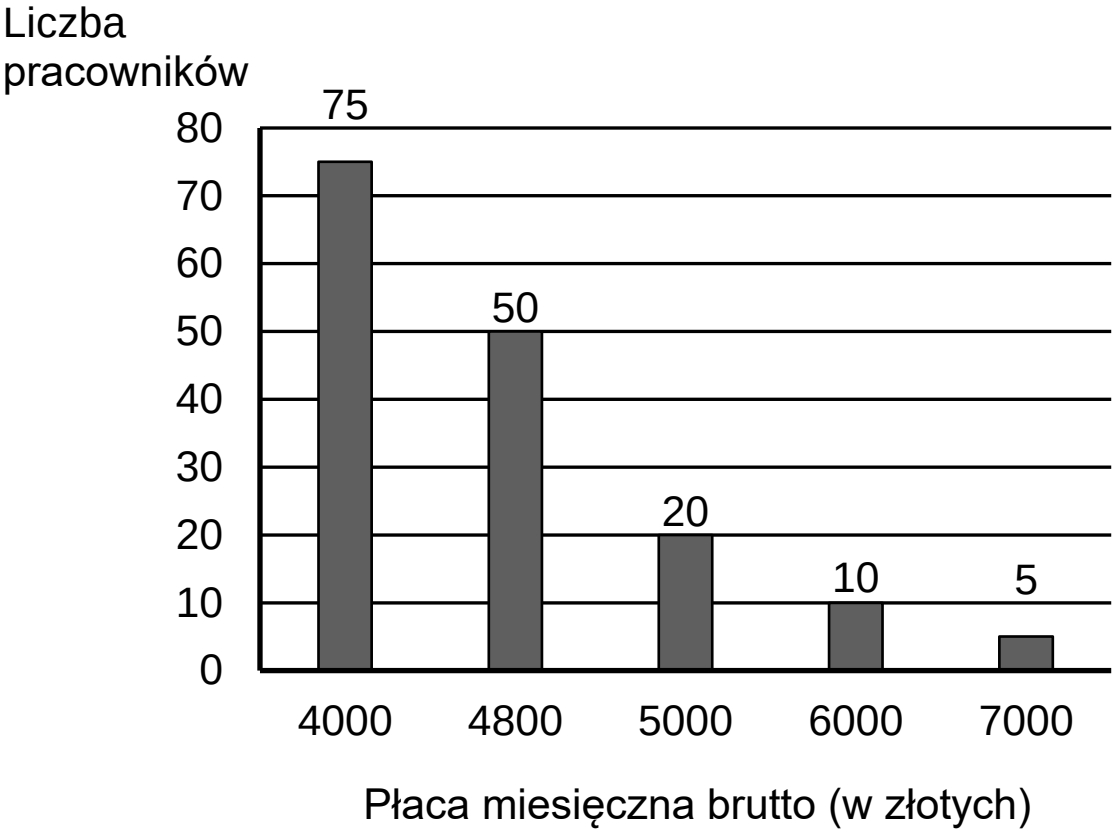
Oblicz, ile tygodniowo wiatraków należy sprzedać, aby zysk zakładu w ciągu jednego tygodnia był największy. Oblicz ten największy zysk.

Zapisz obliczenia.

Wskazówka: przyjmij, że zysk jest różnicą przychodu i kosztów.

Zadanie 24.

Firma $\mathcal{F}$ zatrudnia 160 osób. Rozkład płac brutto pracowników tej firmy przedstawia poniższy diagram. Na osi poziomej podano – wyrażoną w złotych – miesięczną płacę brutto, a na osi pionowej podano liczbę pracowników firmy $\mathcal{F}$, którzy otrzymują płacę miesięczną w danej wysokości.



Zadanie 24.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia miesięczna płaca brutto w firmie $\mathcal{F}$ jest równa

A. $4\,593{,}75$ zł

B. $4\,800{,}00$ zł

C. $5\,360{,}00$ zł

D. $2\,399{,}33$ zł

BRUDNOPIS

Pozostała część zadania na następnej stronie.

Zadanie 24.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Mediana miesięcznej płacy pracowników firmy $\mathcal{F}$ jest równa

A. $4\,000$ zł

B. $4\,800$ zł

C. $5\,000$ zł

D. $5\,500$ zł

BRUDNOPIS

Zadanie 24.3. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba pracowników firmy $\mathcal{F}$, których miesięczna płaca brutto nie przewyższa $5\,000$ zł, stanowi (w zaokrągleniu do 1%)

A. 91% liczby wszystkich pracowników tej firmy.
B. 78% liczby wszystkich pracowników tej firmy.
C. 53% liczby wszystkich pracowników tej firmy.
D. 22% liczby wszystkich pracowników tej firmy.

BRUDNOPIS

Zadanie 25. (0–3)

Każda z krawędzi podstawy trójkątnej ostrosłupa ma długość $10\sqrt{3}$, a każda jego krawędź boczna ma długość 15.

Oblicz wysokość tego ostrosłupa.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 26. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $10n^2 + 30n + 8$ przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023