

Analiza wyników zdających egzamin gimnazjalny w części matematyczno-przyrodniczej w szkołach zlokalizowanych w województwie pomorskim

Ogólne wyniki zdających w aspekcie sprawdzanych umiejętności

W części matematyczno-przyrodniczej gimnazjaliści rozwiązywali odrębne zestawy zadań z przedmiotów przyrodniczych: biologii, chemii, fizyki i geografii oraz matematyki. Za poprawne wykonanie wszystkich zadań z każdego z dwóch zestawów gimnazjalista mógł otrzymać po 100% punktów. W tabeli 1. i 2. przedstawiono wartości wskaźników statystycznych wyników uczniów uzyskanych za rozwiązanie zestawu standardowego.

**Tabela1. Wartości wskaźników statystycznych wyników zdających -
- zestaw standardowy z zakresu przedmiotów przyrodniczych**

Wskaźnik statystyczny	Wartość wskaźnika
Liczebność	23 142
Wynik minimalny	0
Wynik maksymalny	28
Wynik średni	16,1
Modalna	16
Mediana	16
Odchylenie standardowe	4,93
Łatwość zestawu zadań	0,58

**Tabela2. Wartości wskaźników statystycznych wyników zdających -
- zestaw standardowy z zakresu matematyki**

Wskaźnik statystyczny	Wartość wskaźnika
Liczebność	23 142
Wynik minimalny	0
Wynik maksymalny	29
Wynik średni	13,7
Modalna	8
Mediana	13
Odchylenie standardowe	6,82
Łatwość zestawu zadań	0,47

Dla gimnazjalistów z województwa pomorskiego zestaw zadań z przedmiotów przyrodniczych okazał się umiarkowanie trudny, a z zakresu matematyki trudny. Za rozwiązanie zadań z zakresu przedmiotów przyrodniczych zdający w województwie pomorskim uzyskali średnio 58% punktów, a z matematyki 47% punktów. Wyniki te ukształtowały się na poziomie zbliżonym do średnich wyników krajowych (w kraju odpowiednio: 59% punktów, 48% punktów). W 2012 r. oba zestawy były trudne dla zdających. W 2013 r. wynik egzaminu z zakresu matematyki ukształtował się na zbliżonym poziomie do wyników w roku 2012, a z przyrody okazał się o około 9 punktów procentowych wyższy od ubiegłorocznego. Podobne tendencje przejawiały się w wynikach krajowych.

Na egzaminie z zakresu matematyki zadania w znacznym stopniu sprawdzały rozumienie pojęć matematycznych oraz umiejętność dobierania własnych strategii matematycznych, prowadzenie prostego rozumowania. Egzamin z przedmiotów przyrodniczych sprawdzał, m.in. umiejętności prowadzenia rozumowania i podawania argumentów uzasadniających rozumowanie, zastosowania nabytej wiedzy do rozwiązywania problemów, opanowania czynności praktycznych, umiejętności krytycznej analizy wyników doświadczenia, wykorzystania i tworzenia informacji, posługiwania się ze zrozumieniem pojęciami z zakresu słownictwa charakterystycznego dla przedmiotów przyrodniczych.

Uzyskane wyniki pokazują, że poziom osiągnięć uczniów jest niezadowalający.

Stopień opanowania umiejętności złożonych, takich jak m.in. krytyczne myślenie, rozumowanie, wnioskowanie, argumentowanie

W przeważającej większości zadań uczniowie powinni byli przeprowadzić proste rozumowanie w oparciu o posiadaną wiedzę oraz pomocnicze informacje, np. z tekstu, mapy, rysunku dołączonych do niektórych zadań, czasem zarówno z tekstu, jak i z mapy czy rysunku. Poziom wykonania poszczególnych zadań pokazuje, że uczniowie opanowali umiejętności złożone w niezadowalającym stopniu. Szczegółowa analiza ujawnia złożoność przyczyn takich wyników. W uzyskanych rozwiązaniach wystąpiły problemy zarówno w zakresie przyswojenia, jak i stosowania informacji (przekładania, wyjaśniania, wykorzystywania, analizowania, syntezy i oceniania).

Umiejętność modelowania matematycznego, rozumiana jako umiejętność przetwarzania jednego typu rzeczywistości w drugą, jest jedną z trudniejszych umiejętności ujętych w wymaganiach ogólnych zawartych w nowej podstawie programowej. Cieszyć może fakt, że duży odsetek gimnazjalistów (około 75% zdających) przedstawił poprawne rozwiązanie zadania, badającego tę jedną z trudniejszych umiejętności ujętych w wymaganiach ogólnych zawartych w nowej podstawie programowej z matematyki.

W zakresie użycia i tworzenia strategii rozwiązania problemu zdający mieli kłopot z ustaleniem zależności pomiędzy podanymi informacjami, krytyczną oceną otrzymanych wyników, z zaplanowaniem i wykonaniem ciągu czynności prowadzących do rozwiązania problemu, w tym niewynikających wprost z treści zadania. Najtrudniejsze dla gimnazjalistów okazało się sformułowanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania w zadaniu geometrycznym na dowodzenie, a częstym błędem było mylenie wniosku z przesłanką, jak również traktowanie jako argumentu wniosku z analizy rysunku, np. *gołym okiem widać, że figury są jednakowe*. Nieco lepiej uczniowie poradzili sobie z użyciem języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.

Zadania najłatwiejsze, zadania, które sprawiły najwięcej problemów

Analizę osiągnięć uczniów warto przeprowadzić, uwzględniając wartość wskaźnika łatwości zadań.

Analiza poziomu wykonania zadań z zakresu przedmiotów przyrodniczych

Tabela 1. Poziom wykonania zadań/opanowania umiejętności z zakresu przedmiotów przyrodniczych

Nr zadania	Łatwość zadania	Nr zadania	Łatwość zadania	Nr zadania	Łatwość zadania	Nr zadania	Łatwość zadania
1.1	0,61	7	0,56	13	0,59	19.1	0,60
1.2	0,93	8	0,71	14	0,44	19.2	0,48
2	0,61	9	0,62	15	0,39	20	0,56
3	0,42	10	0,39	16	0,81	21	0,57
4	0,42	11	0,68	17.1	0,41	22	0,65
5	0,55	12.1	0,66	17.2	0,55	23	0,41
6	0,85	12.2	0,36	18	0,68	24	0,56

Poziom wykonania zadania określa, jaką część punktów możliwych do uzyskania za dane zadanie otrzymali zdający. Wskazuje też, które zadania okazały się dla gimnazjalistów łatwe, a które trudne.

Tabela 2. Interpretacja poziomu wykonania zadań

0-0,19	0,20-0,49	0,50-0,69	0,70-0,89	0,90-1,00
-	3, 4, 10, 12.2, 14, 15, 17.1, 19.2, 23	1.1, 2, 5, 7, 9, 11, 12.1, 13, 17.2, 18, 19.1, 20, 21, 22, 24	6, 8, 16	1.2
Interpretacja zadania				
bardzo trudne	trudne	umiarkowanie trudne	łatwe	bardzo łatwe
Liczba zadań				
0	9	15	3	1
Suma punktów za zadania i ich udział procentowy w punktacji ogółem				
0	9	15	3	1
0%	ok. 32%	ok. 54%	ok. 11%	ok. 6%

W zakresie przedmiotów przyrodniczych egzaminacyjnych poziom wykonania zadań wahał się od 0,36 do 0,93. Zadań łatwych i bardzo łatwych było cztery. Umożliwiały one zdobycie 17% ogólnej liczby punktów. Zadania łatwe i bardzo łatwe sprawdzały wiadomości i umiejętności z trzech przedmiotów: biologii, chemii, fizyki. Zadań umiarkowanie trudnych było piętnaście, a ich udział procentowy w punktacji ogółem wynosi około 54%. Dziewięć zadań okazało się zadaniami trudnymi. Za ich poprawne rozwiązanie uczniowie mogli otrzymać 9 punktów, co stanowi ok. 32% wszystkich punktów możliwych do uzyskania.

Zadania trudne sprawdzały wymagania z każdego z czterech przedmiotów wchodzących w zakres egzaminu. W arkuszu nie było zadań bardzo trudnych.

Łatwość zadań sprawdzających wymagania szczegółowe z poszczególnych przedmiotów przyrodniczych została podana w poniższej tabeli.

Tabela 3. Łatwość zadań z zakresu przedmiotów przyrodniczych z podziałem na przedmioty

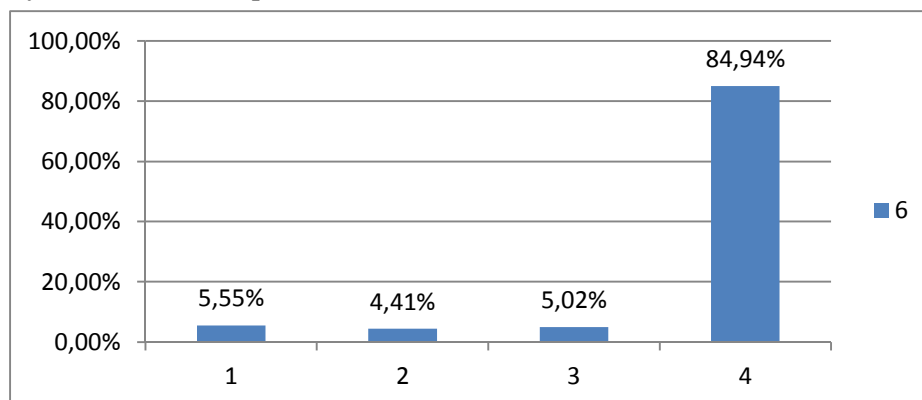
Przedmiot	biologia	chemia	fizyka	geografia
Łatwość zadań	0,62	0,62	0,57	0,55

Wśród zadań z biologii najłatwiejsze były zadania sprawdzające IV wymaganie ogólne (grupa zadań łatwych), a najtrudniejsze – V (grupa zadań umiarkowanie trudnych). Zadania z chemii i fizyki jako grupy zadań przedmiotowych okazały się umiarkowanie trudne dla zdających. Zadania z geografii badające III wymaganie ogólne okazały się trudne, a umiarkowanie trudne z zakresu I i II wymagania ogólnego. Łatwiejszymi zadaniami niż zadania z zakresu geografii i fizyki okazały się te, które badały wiadomości i umiejętności z biologii i chemii.

Zadania z biologii

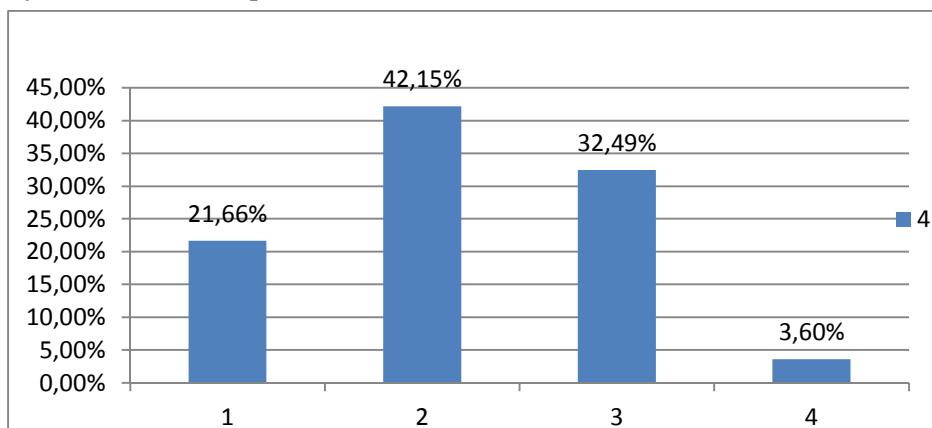
Zadaniem łatwym dla uczniów było zadanie 6. sprawdzające umiejętność analizy tekstu z odwołaniem do wiedzy na temat ewolucji. Sprawdzeniu podlegało, czy uczeń potrafi dokonać interpretacji tekstu popularnonaukowego, a następnie, z wykorzystaniem swojej wiedzy biologicznej, odpowiedzieć na zadane pytanie dotyczące obecności wklęsłych liści w roślinie rosnącej na Kubie.. Blisko 85% zdających udzieliło poprawnej odpowiedzi.

Wykres 1. Rozkład odpowiedzi w zadaniu 6.



Najtrudniejsze z biologii były zadania 3. i 4., które sprawdzały ogólną wiedzę na temat różnorodności organizmów i ich funkcjonowania. Zadanie 3. badało, czy uczeń potrafi podać funkcje krwi oraz przedstawić cechy budowy warunkujące pełnienie tych funkcji. Rozwiązanie zadania 4. polegało na zidentyfikowaniu nieznanego organizmu jako przedstawiciela jednej z wymienionych grup: ryb, płazów, gadów, ptaków, ssaków na podstawie obecności opisanych cech umożliwiających zaklasyfikowanie organizmu do tych grup. Około 42% zdających prawidłowo wskazało przynależność aksolotla meksykańskiego do płazów. Prawie co trzeci zdający wskazał niepoprawnie grupę gadów, a co piąty grupę ryb. Niecałe 4% zdających wybrało grupę ssaków.

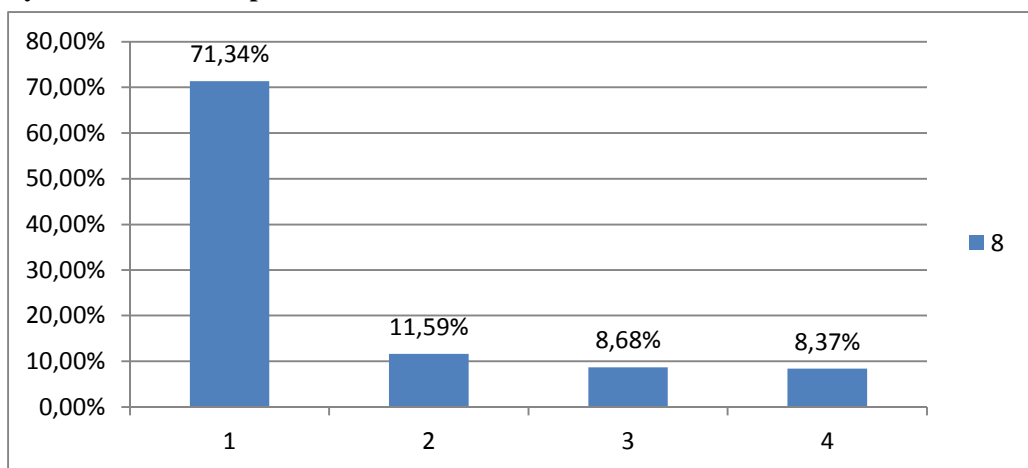
Wykres 2. Rozkład odpowiedzi w zadaniu 4.



Zadania z chemii

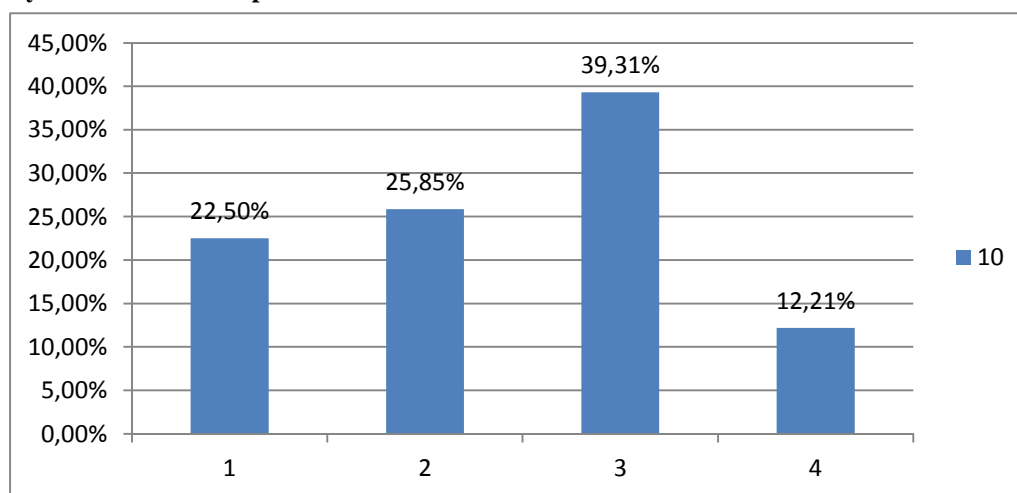
Łatwym zadaniem z chemii było zadanie sprawdzające, czy uczeń potrafi odróżnić obserwacje od wniosków wyciągniętych na podstawie przeprowadzonego doświadczenia. Poradziło sobie z nim około 70% gimnazjalistów.

Wykres 3. Rozkład odpowiedzi w zadaniu 8.



Trudne dla gimnazjalistów okazało się zadanie 10. dotyczące planowania doświadczenia, które pozwoli odróżnić kwas oleinowy od palmitynowego.

Wykres 4. Rozkład odpowiedzi w zadaniu 10.

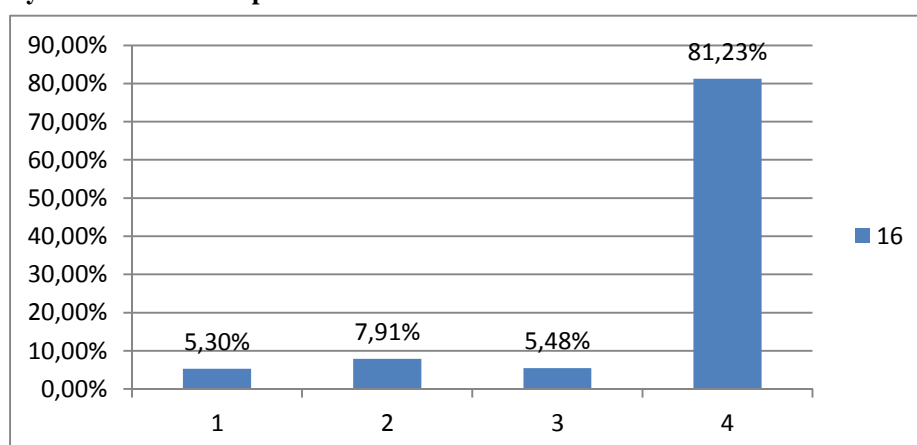


Umiejętność planowania i przeprowadzania doświadczeń jest ważna nie tylko w chemii, ale również w innych naukach przyrodniczych. Doświadczenia stanowią podstawę lepszego zrozumienia zjawisk zachodzących w przyrodzie. Należałoby zintensyfikować działania zmierzające do opanowania przez uczniów tej umiejętności, gdyż tylko niecałe 40% zdających prawidłowo wybrało substancję, którą należało zastosować jako odczynnik do wykonania wskazanego doświadczenia.

Zadania z fizyki

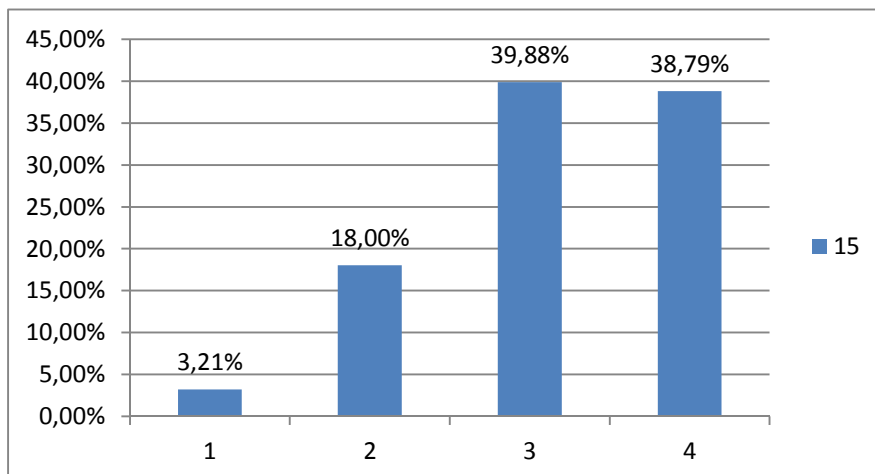
Najłatwiejszym zadaniem z fizyki było dla uczniów zadanie 16. Jego rozwiązanie wymagało powiązania wiedzy teoretycznej z sytuacją praktyczną. Sprawdzano, czy uczeń potrafi trafnie wskazać zastosowanie promieniowania X w pilotach do sprzętu RTV. Prawie 82 % zdających poprawnie wykonało to zadanie.

Wykres 5. Rozkład odpowiedzi w zadaniu 16.



Trudne dla uczniów okazało się zadanie 15., którym badano umiejętność dostrzegania związków przyczynowo-skutkowych. Zadanie sprawdzało znajomość wiedzy dotyczącej mechanizmu wytwarzania dźwięku w instrumentach muzycznych oraz wielkości fizycznych, od których zależy wysokość i głośność dźwięku. Zadania tego typu, choć nie należą do najłatwiejszych, pozwalają ocenić rozumienie przez uczniów omawianych procesów i zależności. Zadanie poprawnie rozwiązało niecałe 40% zdających.

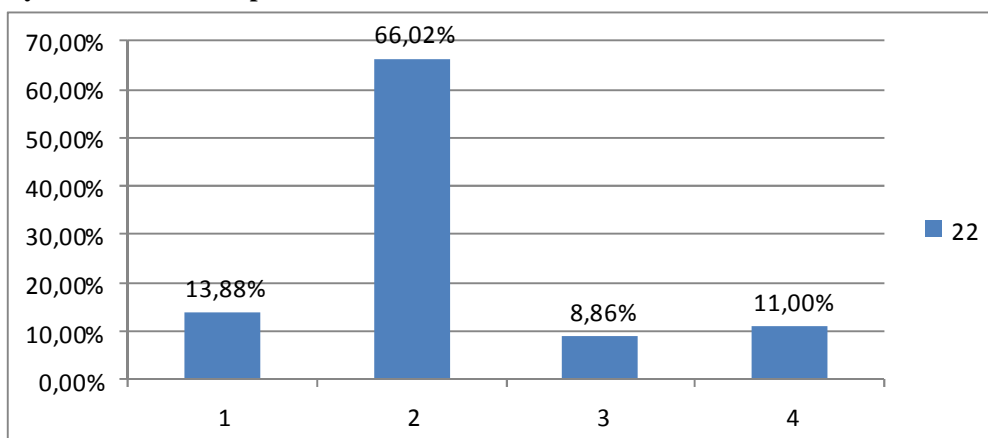
Wykres 6. Rozkład odpowiedzi w zadaniu 15.



Zadania z geografii

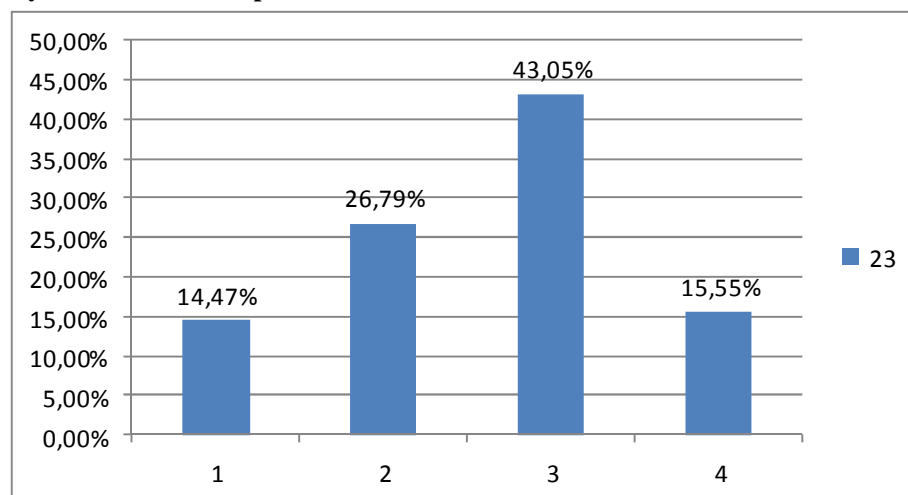
Umiarkowanie trudne było dla uczniów zadanie 22., które sprawdzało ważną umiejętność praktyczną: korzystania z różnych źródeł informacji geograficznej. Zadanie sprawdzało umiejętność odczytywania informacji przedstawionych w postaci wykresu. Nowa podstawa programowa kładzie nacisk na to, aby gimnazjaliści dostrzegali zależności i potrafili poprawnie odczytać informacje przedstawione w różny sposób, np. w tekście, za pomocą wykresu, diagramu. Z poprawnym rozwiązaniem zadania poradziło sobie 65% gimnazjalistów.

Wykres 7. Rozkład odpowiedzi w zadaniu 22.



Trudne było dla uczniów zadanie 23. sprawdzające stosowanie wiedzy i umiejętności geograficznych w praktyce. W zadaniu sprawdzano wiadomości dotyczące krajów sąsiadujących z Polską. Poprawne wykonanie zadania wymagało wykorzystania podstawowych informacji o środowisku przyrodniczym (pasmach górskich i rzekach) w Czechach, Niemczech i na Ukrainie. W zadaniu ważne jest to, że uczeń nie musiał dokonywać wyboru kraju tylko na podstawie jednej cechy. Mimo, że sprawdzane treści są określone w wymaganiach szczegółowych podstawy programowej, mniej niż połowa gimnazjalistów poradziła sobie z poprawnym rozwiązaniem zadania.

Wykres 8. Rozkład odpowiedzi w zadaniu 23.



Analiza wybieralności odpowiedzi do zadań zamkniętych może okazać się bardzo pomocna w procesie wyciągania wniosków i planowania pracy dydaktycznej z kolejnym rocznikiem trzecioklasistów. Poniżej przedstawiono zestawienie wybieralności odpowiedzi do zadań z zestawu z przedmiotów przyrodniczych.

Tabela 4. Wybieralność odpowiedzi do zadań z zakresu przedmiotów przyrodniczych

Numer zadania	Udział procentowy wyboru poszczególnych odpowiedzi wyborach ogółem					
	A	B	C	D	E	F
1.1	15,98%	60,71%	12,13%	11,10%	0,03%	-
1.2	3,01%	1,08%	2,53%	93,35%	0,00%	-
2	61,76%	15,23%	17,33%	5,51%	0,14%	-
3	8,17%	12,40%	45,12%	33,69%	0,52%	-
4	21,66%	42,15%	32,49%	3,60%	0,05%	-
5	54,78%	37,50%	5,40%	2,11%	0,15%	-
6	5,55%	4,41%	5,02%	84,94%	0,03%	-
7	20,09%	9,75%	11,44%	58,60%	0,03%	-
8	71,34%	11,59%	8,68%	8,37%	0,00%	-
9	5,82%	8,96%	64,91%	5,17%	0,55%	0,02%
10	22,50%	25,85%	39,31%	12,21%	0,01%	-
11	8,01%	66,62%	10,27%	14,83%	0,13%	-
12.1	12,10%	64,73%	10,41%	12,54%	0,14%	-
12.2	35,53%	16,37%	38,54%	9,39%	0,14%	-
13	56,82%	5,96%	35,08%	1,91%	0,16%	-
14	9,05%	24,00%	46,87%	19,90%	0,11%	-

15	3,21%	18,00%	39,88%	38,79%	0,02%	-
16	5,30%	7,91%	5,48%	81,23%	0,02%	-
17.1	39,34%	41,33%	15,25%	3,81%	0,13%	-
17.2	54,25%	30,04%	10,52%	5,04%	0,00%	-
18	8,08%	66,97%	15,34%	9,49%	0,02%	-
19.1	60,49%	8,52%	6,43%	23,74%	0,13%	-
19.2	19,26%	26,11%	5,31%	48,50%	0,10%	-
20	20,27%	59,06%	7,48%	12,77%	0,37%	-
21	56,32%	14,39%	18,83%	10,41%	0,00%	-
22	13,88%	66,02%	8,86%	11,00%	0,16%	-
23	14,47%	26,79%	43,05%	15,55%	0,01%	-
24	10,65%	13,55%	18,66%	57,02%	0,04%	-

Analiza poziomu wykonania zadań z zakresu matematyki

Tabela 5. Poziom wykonania zadań/opanowania umiejętności z zakresu matematyki

Nr zadania	Łatwość zadania	Nr zadania	Łatwość zadania	Nr zadania	Łatwość zadania	Nr zadania	Łatwość zadania
1	0,45	6	0,49	11	0,50	16	0,56
2	0,86	7	0,64	12	0,40	17	0,58
3	0,69	8	0,78	13	0,57	18	0,26
4	0,54	9	0,71	14	0,41	19	0,44
5	0,58	10	0,74	15	0,48	20	0,29
21	0,48	22	0,16	23	0,25	-	-

Poziom wykonania zadania określa, jaką część punktów możliwych do uzyskania za dane zadanie otrzymali zdający. Wskazuje też, które zadania okazały się dla gimnazjalistów łatwe, a które trudne.

Tabela 6. Interpretacja poziomu wykonania zadań

0-0,19	0,20-0,49	0,50-0,69	0,70-0,89	0,90-1,00
22	1, 6, 12, 14, 15, 18, 19, 20, 21, 23	3, 4, 5, 7, 11, 13, 16, 17,	2, 8, 9, 10,	-
Interpretacja zadania				
bardzo trudne	trudne	umiarkowanie trudne	łatwe	bardzo łatwe
Liczba zadań				
1	10	8	4	0
Suma punktów za zadania i ich udział procentowy w punktacji ogółem				
2	15	8	4	0
ok. 7%	ok. 52%	ok. 28%	ok. 14%	0%

W zakresie matematyki poziom wykonania zadań wahał się od 0,16 do 0,86. W arkuszu nie było zadań bardzo łatwych. Cztery zadania okazały się łatwe. Umożliwiały one zdobycie 14% ogólnej liczby punktów. Zadania łatwe sprawdzały wiadomości i umiejętności opisane wymaganiami szczegółowymi z zakresu statystyki i wprowadzenia do rachunku prawdopodobieństwa, procentów oraz wykresów funkcji. Zadań umiarkowanie trudnych było osiem, a ich udział procentowy w punktacji ogółem wynosi około 28%. Dziesięć zadań okazało się zadaniami trudnymi. Za ich poprawne rozwiązanie uczniowie mogli otrzymać

15 punktów, co stanowi ok. 52% wszystkich punktów możliwych do uzyskania. Zadania trudne reprezentowały każde z pięciu wymagań ogólnych wchodzących w zakres egzaminu, przy czym sprawdzały one wiadomości i umiejętności z zakresu statystyki i wprowadzenia do rachunku prawdopodobieństwa, potęg, równań, figur płaskich i brył. Jedno zadanie w arkuszu okazało się bardzo trudne. Polegało ono na przeprowadzeniu dowodzenia w oparciu o treści z zakresu geometrii.

Łatwość zadań sprawdzających wymagania ogólne została podana w poniższej tabeli.

Tabela 7. Łatwość zadań z zakresu matematyki z podziałem na wymagania ogólne

Wymaganie ogólne	I	II	III	IV	V
Łatwość zadań	0,69	0,54	0,57	0,43	0,43

Wśród zadań z matematyki najłatwiejsze były zadania sprawdzające I wymaganie ogólne: *Wykorzystanie i tworzenie informacji*, a najtrudniejszymi zadania reprezentujące wymaganie IV i V: *Użycie i tworzenie strategii oraz Rozumowanie i argumentacja*.

Zadania zamknięte z matematyki

Jednym z najłatwiejszych okazało się zadanie 10., w którym uczeń miał ocenić prawdziwość stwierdzeń odnoszących się do opisanej sytuacji. Zadanie dotyczy doświadczenia polegającego na wylosowaniu kuli w danym kolorze z puli zawierającej określone liczby kul białych i czarnych. Okazało się, że 75% gimnazjalistów poradziło sobie z problemem.

Zadanie 10. (0–1)

W pudełku było 20 kul białych i 10 czarnych. Dołożono jeszcze 10 kul białych i 15 czarnych.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Przed dołożeniem kul prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej było trzy razy większe niż prawdopodobieństwo wylosowania kuli czarnej.	P	F
Po dołożeniu kul prawdopodobieństwo wylosowania kuli czarnej jest większe niż prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej.	P	F

Najtrudniejszym zadaniem zamkniętym okazało się zadanie 18. Zadaniem tym badano dwa wymagania ogólne: IV. *Użycie i tworzenie strategii* i V. *Rozumowanie i argumentację* w oparciu o wymagania szczegółowe z zakresu *stosowania twierdzenia Pitagorasa, opisywania za pomocą wyrażenia algebraicznego związków między różnymi wielkościami, korzystania z własności kątów w rombach*. Tylko co czwarty gimnazjalista potrafił wskazać prawidłową odpowiedź na pytanie o pole rombu zgodnie z warunkami podanymi w zadaniu.

W poniższej tabeli przedstawiono wybieralność odpowiedzi do zadań zamkniętych z zakresu matematyki.

Tabela 8. Wybieralność odpowiedzi do zadań zamkniętych z zakresu matematyki

Numer zadania	Udział procentowy wyboru poszczególnych odpowiedzi wyborach ogółem			
	A	B	C	D
1	10,75%	39,09%	44,01%	6,02%
2	9,75%	2,12%	2,36%	85,65%
3	66,63%	13,62%	13,27%	6,17%
4	9,24%	55,54%	18,90%	16,00%

5	59,02%	31,13%	8,17%	1,54%
6	17,78%	23,67%	11,01%	47,46%
7	64,87%	8,39%	17,39%	9,18%
8	77,66%	15,38%	5,06%	1,85%
9	70,15%	5,15%	1,81%	22,82%
10	3,18%	15,09%	8,61%	72,96%
11	52,08%	15,73%	19,92%	11,97%
12	11,83%	38,62%	39,16%	10,20%
13	12,31%	18,45%	54,26%	14,90%
14	39,84%	13,56%	38,53%	7,91%
15	47,46%	23,90%	24,45%	4,06%
16	4,66%	7,25%	34,40%	53,62%
17	17,42%	15,45%	55,24%	11,75%
18	8,13%	29,70%	37,10%	24,78%
19	44,46%	50,33%	3,51%	1,43%
20	13,75%	37,47%	20,53%	27,91%

Zadania otwarte z matematyki

Informacje uzyskane na podstawie analizy wyników poszczególnych zadań mogą stanowić dla nauczycieli cenną pomoc przy planowaniu pracy z kolejnymi rocznikami gimnazjalistów zwłaszcza wtedy, gdy poprzez je analiza wyników uzyskanych przez uczniów danej szkoły.

Ważną informację można uzyskać, analizując rozkład wyników za zadania otwarte, gdyż m.in. ujawnia on stopień radzenia sobie przez uczniów z samodzielnym formułowaniem odpowiedzi.

Tabela 9. Rozkład wyników za zadania otwarte z zakresu matematyki

Numer zadania	Liczba zdających (w %) z wynikiem				
	0 pkt	1 pkt	2 pkt	3 pkt	4 pkt
21	41,95%	9,76%	10,11%	38,18%	-
22	73,58%	21,65%	4,76%	-	-
23	58,12%	17,99%	6,10%	1,80%	15,99%

Zadaniem 21. badano wymagania ogólne III. Modelowanie matematyczne w oparciu o wymagania szczegółowe z zakresu obliczania procentu danej liczby oraz opisywania i rozwiązywania za pomocą równań lub układów równań zadania osadzonego w kontekście praktycznym.

Zadanie 21. (0–3)

W pewnej klasie liczba chłopców stanowi 80% liczby dziewcząt. Gdyby do tej klasy doszło jeszcze trzech chłopców, to liczba chłopców byłaby równa liczbie dziewcząt. Ile dziewcząt jest w tej klasie? Zapisz obliczenia.

Przykłady rozwiązań uczniowskich zadania 21., charakterystyczne ze względu na błędy, które najczęściej pojawiały się w pracach zdających, zaprezentowano poniżej.

Przykład 1.

Uczeń ma świadomość metody, ale niepoprawnie ustala zależności między wielkościami występującymi w zadaniu oraz nie radzi sobie z przekształceniami niezbędnymi dla rozwiązania układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiomeymi.

x - chłopcy
 y - dziewczyny
 $x = 0.8y$
 $0.8x + 3 = x + y$
 $x = 0.8y$
 $0.8(0.8y) + 3 = 0.8y + y$
 $0.64y + 3 = 1.8y$
 $3 = 1.16y$
 $y = 2.6$
 $x = 2.1$
 $2.1 + 2.6 = 4.7$
 Zmianowa jest 24

Przykład 2.

Zdający poprawnie ułożył układ równań pierwszego stopnia z dwiema niewiomeymi, ale nie przedstawił jego rozwiązania, przy czym prawidłowo ustalił liczbę dziewcząt w klasie.

c - liczba chłopców
 d - liczba dziewczyn
 $c = \frac{2}{3}d$
 $c + 3 = d$
 $\frac{2}{3}d + 3 = d$
 $3 = \frac{1}{3}d$
 $d = 9$
 $c = 6$
 $12 + 3 = 15$
 $12 + 15 = 27$
 Odp: W klasie było 27 uczniów (15 dziewczyny i 12 chłopców)

Przykład 3.

Bardzo częstym błędem było zapisywanie przez uczniów nieprawidłowej relacji między liczbą chłopców a liczbą dziewcząt. Z zapisu algebraicznego, który przedstawiali, wynikało, że dziewczęta stanowią 80% liczby chłopców.

$x = \text{liczba dziewcząt}$
 $y = \text{liczba chłopców}$

$$\begin{cases} y+3=x \\ y-x=-3 \end{cases}$$
$$\begin{array}{r} y+3=x \\ -y-x=-3 \\ \hline 0-2y=6 \\ y=-3 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} y-x=-3 \\ -y-x=-3 \\ \hline 0-2x=0 \\ x=0 \end{array}$$

$15+3=x$
 $x=18$

odp: w tej klasie jest 15 dziewcząt

Zadaniem 23. badano wymaganie ogólne IV. *Użycie i tworzenie strategii* w oparciu o wymagania szczegółowe z zakresu stosowania twierdzenia Pitagorasa, obliczania pola i obwodów trójkątów i czworokątów oraz obliczania pola powierzchni ostrosłupa.

Zadanie 23. (0–4)

Pole powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równe 80 cm^2 , a pole jego powierzchni całkowitej wynosi 144 cm^2 . Oblicz długość krawędzi podstawy i długość krawędzi bocznej tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

Przykłady rozwiązań uczniowskich reprezentujące najbardziej typowe trudności, które ujawniły się w rozwiązaniach zdających, zaprezentowano w dalszej części niniejszego opracowania.

Przykład 1. i 2.

Bardzo często, identycznie jak w prezentowanym przykładzie, uczniowie błędnie przyjmowali, że trójkąty równoboczne tworzą ściany ostrosłupa prawidłowego czworokątnego. Ponadto zdający nie wykazywali się znajomością wzorów, w tym na obliczanie pola powierzchni całkowitej bryły opisanej w zadaniu. Uczniowie utożsamiali pole powierzchni bocznej z polem jednej ściany bocznej.

Zapisy na marginesie poza ramką nie będą oceniane. Zapisy na marginesie poza ramką nie będą oceniane.

$P_{pb} = a$

$P_a = 80 \text{ cm}^2 = \frac{a \cdot h}{2} \cdot 2$

$P_c = P_p + P_{pb} \cdot 4$

$160 \text{ cm}^2 = a \cdot \frac{1}{2} a \sqrt{3} \cdot 4$

$320 \text{ cm}^2 = a \cdot a \sqrt{3} \quad | : \sqrt{3}$

$320 \sqrt{3} = a^2$

80 cm²

Zapisy na marginesie poza ramką nie będą oceniane. Zapisy na marginesie poza ramką nie będą oceniane.

Przykład 2.

Zapisy na marginesie poza ramką nie będą oceniane. Zapisy na marginesie poza ramką nie będą oceniane.

$P_{pb} = 80 \text{ cm}^2$

$P_c = 144 \text{ cm}^2$

$\frac{1}{3} P_p \cdot H = 144 \quad | : 3$

$P_p \cdot H = 432 \quad | : P_p$

$a^2 \sqrt{3} = 80 \quad | : 4$

$a^2 \sqrt{3} = 20$

$a^2 = \frac{20}{\sqrt{3}}$

$a = \sqrt{\frac{20}{\sqrt{3}}}$

$a = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{3}}$

$a = \frac{\sqrt{60}}{3}$

$a = \frac{\sqrt{60}}{3}$

$a = 2 \sqrt{15}$

8 sqrt(5)

Słowo jest to ostrosłup prawidłowy czworokątny
 1) try to bniećony nie wszystkie pop długości
 2) są takie same
 Długość krawędzi wynosi 8 sqrt(5) cm.

Zapisy na marginesie poza ramką nie będą oceniane. Zapisy na marginesie poza ramką nie będą oceniane.

Przykład 3.

Zdarzały się rozwiązania, w których zdający utożsamiali pole powierzchni całkowitej z polem podstawy bryły.

$P_b = 80 \text{ cm}^2$
 $P_c = 144 \text{ cm}^2$
 $144 = \frac{1}{2} a h$
 $144 = \frac{1}{2} a \sqrt{a^2 + h^2}$
 $80 = a^2 + 144$
 $a = 12$
 $h = 12$
 Odp. Długości krawędzi podstawy wynosi 12 cm, a wysokość 12 cm.

Przykład 4.

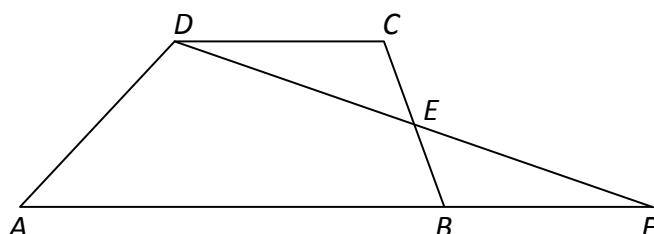
Zdarzały się rozwiązania, z których wynikało, że uczeń nieprawidłowo identyfikował bryłę na podstawie jej nazwy, myląc ostrosłup z graniastoslupem.

$P_c = 144 \text{ cm}^2$
 $P_p = 80 \text{ cm}^2$
 $144 = 2 \cdot 80 + k \cdot l$
 $144 = 160 + k \cdot l$
 $k \cdot l = 144$
 $80 = \frac{1}{2} k \cdot l$
 $k \cdot l = 160$
 $160 = 144 + k \cdot l$
 $16 = k \cdot l$
 Odp. Długość krawędzi krawędzi tego ostrosłupa wynosi 16 cm.

Dużo więcej trudności sprawiło zdającym rozwiązanie zadania 22., w którym powinni wykazać się umiejętnością rozumowania matematycznego (V wymaganie ogólne) stanowiącą jedno z najważniejszych wymagań ogólnych nowej podstawy programowej z matematyki.

Zadanie 22. (0–2)

Na rysunku przedstawiono trapez $ABCD$ i trójkąt AFD . Punkt E leży w połowie odcinka BC . Uzasadnij, że pole trapezu $ABCD$ i pole trójkąta AFD są równe.



Uczniowie musieli dostrzec i poprawnie uzasadnić przystawanie odpowiednich części wskazanych figur, a następnie właściwie to wykorzystać. Rozwiązanie tego zadania wymagało wykazania się bardzo trudnymi umiejętnościami: samodzielnej analizy problemu i przedstawienia argumentacji matematycznej. Tegoroczny egzamin pokazał, że te umiejętności opanowało średnio 16 na 100 gimnazjalistów. Było to najtrudniejsze zadanie w arkuszu.

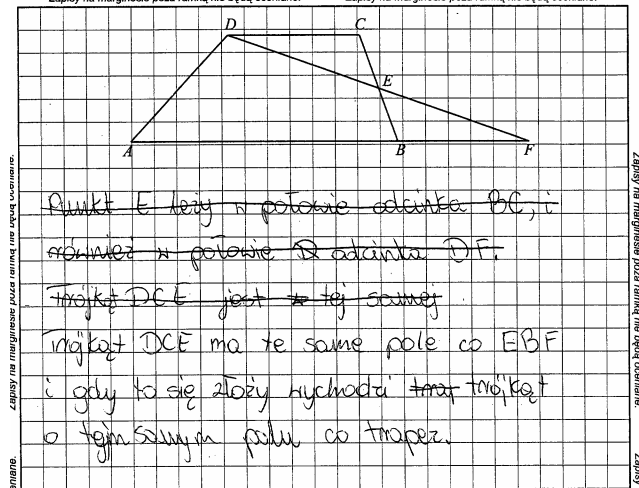
Przykład 1.

Uczeń miał świadomość, że dowodząc równości pól trójkąta AFD i trapezu $ABCD$ należy powołać się na przystawanie trójkątów DEC i EBF , ale nie potrafił poprawnie tego faktu uzasadnić. Nie odniósł się do elementów składowych trapezu i trójkąta.

Pole trójkąta AFD i pole trapezu $ABCD$ są równe, ponieważ trójkąt DCE i trójkąt EBF są przystające, więc ich pola są równe. Ponieważ trójkąty DCE i EBF mają takie same kąty, a przez to też mają takie same pola.

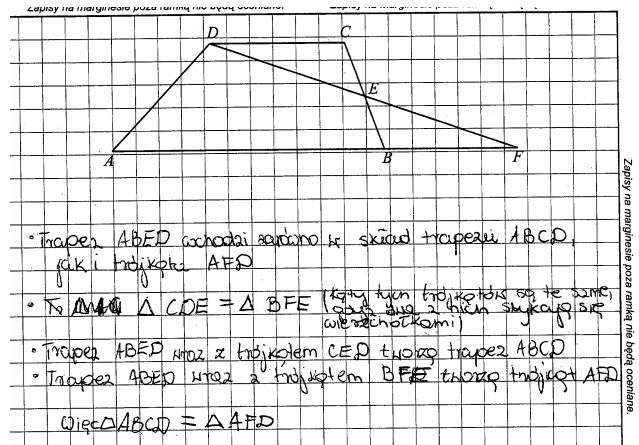
Przykład 2.

W rozwiązaniu uczeń ogranicza się tylko do stwierdzenia równości pól trójkątów DEC i EBF . W dalszej części wypowiedzi nawiązuje do faktu, że wspólną częścią dla pól porównywanych figur jest jednakowy trójkąt.



Przykład 3.

Uczeń poprawnie zauważył, że czworokąt $ABED$ stanowi część wspólną trójkąta AFD i trapezu $ABCD$. Wskazał poprawnie ich drugi element składowy: po jednym przystającym trójkącie w każdej z figur, ale nawet nie próbował wyjaśnić, na jakiej podstawie można stwierdzić, że są jednakowe.



Przykład 4.

W poniższym uzasadnieniu zabrakło argumentu, dlaczego trójkąty DEC i EBF są przystające. Uczeń przyjął z założenia równość odcinków DC i BF .

$P_1 = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$ Wysokość trapezu $ABCD$ (h)
 $P_2 = \frac{a \cdot h}{2}$ jest równa wysokości trójkąta
 $P_1 = P_2 \implies (a+b) = DC + AB$ AEF podobny do trójkąta ADC
 $a = AB + BF$ są zsumowane z wysokością h
 ponieważ $DC = BF$ A ma odcinek AB (podstawa trapezu) i odc. AF (podst. trójkąta)
 $P_1 = \frac{(DC + AB) \cdot h}{2} =$ DEC i odcinek DC jest równy
 $P_2 = \frac{(AB + BF) \cdot h}{2}$ odc. BF , gdyż są to podstawy trójkątów
 c.m.d. przy do siebie przylegających

Przykład 5.

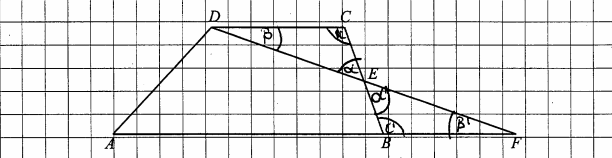
W rozwiązaniu uczeń dąży do wykazania równości pól porównywanych figur, wykorzystując wzory na pole trójkąta i trapezu, ale swoje rozumowanie opiera na przyjęciu z założenia równości odpowiednich boków w trójkątach DEC i EBF .

$P_1 = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$ $|CE| = |EB|$
 $P_2 = \frac{a \cdot h}{2}$ $|BF| = |DC|$
 $|DE| = |EF|$
 $Roz P_1 = P_2 \implies \frac{(a+b) \cdot h}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$
 $(a+b) \cdot h = a \cdot h$
 $(a+b) \cdot h = a \cdot h$
 $AB + DC = a$
 $AB + DC = AB + BF$
 $DC = BF$
 $L = P$
 Odp. Też została prawidłowa.

Przykład 6. i 7.

Niezajomość cech przystawania trójkątów, mylenie cech przystawania trójkątów z cechami podobieństwa tych figur często stanowiły przyczynę niepoprawnego uzasadniania równości pól trójkątów DEC i EBF .

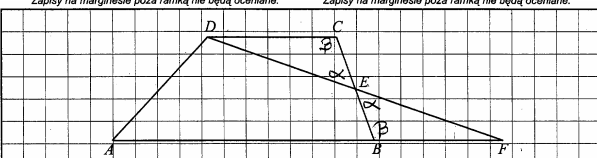
Przykład 6.



$P_{\Delta} = \frac{|AB| + |DC| \cdot h}{2}$ $P_{\Delta} = ABCD - \triangle DEC$
 $P_{\Delta} = \frac{AF \cdot h}{2}$ $P_{\Delta} = AFECD - \triangle DEF$
 $d = d'$
 $B = B'$
 $C = C'$
 $BEF = CED$

Jeżeli same kąty lub miary boków trójkątów BEF i DEC pokazuje o tej samej długości boków

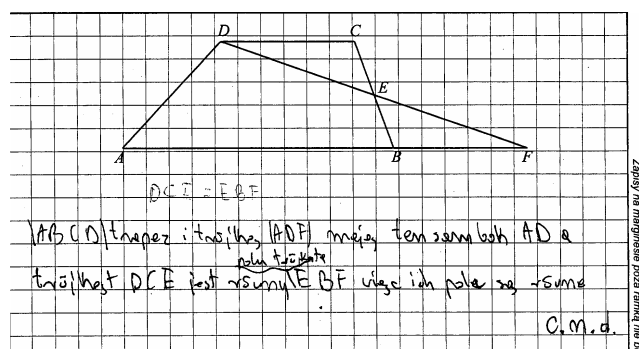
Przykład 7.



- Kąty α są takie same, ponieważ są to kąty wierzchołkowe
- Kąty β są takie same, ponieważ są to kąty naprzeciwległe
- ~~•~~ Jeżeli kąty α i β są takie same w trójkątach $\triangle DEC$ i $\triangle BEF$, to oznacza, że są to trójkąty przystające
- Z powyższych argumentów wynika, że pole trapezu $ABCD$ i trójkąta AFD są takie same, gdyż możemy odjąć trójkąt DEC opisane przez mniejsze kąty są takie same i można je na siebie nałożyć.

Przykład 8.

Niektórzy zdający uznali, że wystarczy stwierdzić równość pól trójkątów DEC i EBF . Próbując uzasadniać ten fakt, niepoprawnie argumentowali. Przyczyną tego może być brak umiejętności stosowania cech przystawiania trójkątów w dowodzeniu własności tych figur.



Wyniki tegorocznych egzaminu zewnętrznych powinny zostać wykorzystane przez szkoły w nowym roku szkolnym

Wyniki tegorocznego testu z części matematyczno-przyrodniczej ujawniły pewne trudności charakterystyczne dla całej populacji zdających. Ocena poziomu osiągnięć prowadzi do wniosków dotyczących barier skuteczności działań uczniów w poszczególnych analizowanych umiejętnościach. Poznanie trudności napotkanych przez uczniów umożliwia nauczycielom podjęcie decyzji o wyborze toku nauczania, który pomoże w ich rozwiązaniu.

Analizując zestawy egzaminacyjne z zakresu matematyki i przedmiotów przyrodniczych, wnioskować można, że wymagały one rozumienia pojęć, umiejętności operowania nimi w celu rozwiązania wielu zadań, umiejętności badawczych oraz prowadzenia prostego rozumowania. Uzyskane wyniki ujawniają potrzebę intensywniejszego stymulowania rozwoju tych kompetencji u uczniów. Na lekcjach matematyki warto zwrócić szczególną uwagę na ćwiczenia pozwalające doskonalić rozumienie i stosowanie pojęć i idei matematycznych, dostrzeganie wzorów i relacji matematycznych, umiejętność wykorzystania posiadanej wiedzy do nieznanymi „sytuacji matematycznych”, rozumowania przez analogię na materiale liczbowym, przestrzennym, a także umożliwiające uczniom rozwój umiejętności prowadzenia dowodów w oparciu o wymagania szczegółowe z różnych działów tematycznych. Podczas tegorocznego testu z matematyki tylko 16% gimnazjalistów (tak, jak w kraju) poradziło sobie z metodą rozwiązywania zadania na dowodzenie (zadanie 22.).

Na lekcjach z przedmiotów przyrodniczych warto poświęcić więcej uwagi zadaniom kształcącym umiejętności badawcze, w tym umiejętność celowej obserwacji, stawiania pytań i hipotez, planowania procedury weryfikacji postawionej hipotezy, planowania doświadczenia, przeprowadzania doświadczenia (badania). Pożądane są ćwiczenia w rozpoznawaniu zagadnień, wskazywaniu słów kluczowych umożliwiających znalezienie informacji naukowej, rozpoznawaniu założeń i sposobów rozumowania prowadzących do wyciągnięcia wniosków, formułowaniu sądów, odtwarzaniu możliwych sposobów rozumowania prowadzących do wyciągnięcia wniosków, w opisywaniu zjawisk, wyjaśnianiu, wskazywaniu przyczyn i skutków zjawisk i procesów.

Renata Świrko

koordynator części matematyczno-przyrodniczej
egzaminu gimnazjalnego

Załączniki

Wykaz sprawdzanych wiadomości i umiejętności z zakresu przedmiotów przyrodniczych
Wykaz sprawdzanych wiadomości i umiejętności z zakresu matematyki

Wykaz sprawdzanych wiadomości i umiejętności z zakresu przedmiotów przyrodniczych

Nr zadania	Wymagania ogólne (z podstawy programowej)	Wymagania szczegółowe (z podstawy programowej) Uczeń
1.	II. Znajomość metodyki badań biologicznych.	Rozwiązanie zadania nie wymaga odwoływania się do wiadomości, a jedynie zrozumienia istoty doświadczenia i wnioskowania na podstawie wyników doświadczenia.
2.	I. Znajomość różnorodności biologicznej i podstawowych procesów biologicznych. III. Poszukiwanie, wykorzystywanie i tworzenie informacji.	IV.2. wskazuje, na przykładzie dowolnie wybranego gatunku, zasoby, o które konkurują jego przedstawiciele między sobą i z innymi gatunkami, przedstawia skutki konkurencji wewnątrzgatunkowej i międzygatunkowej. IV.9. opisuje zależności pokarmowe (łańcuchy i sieci pokarmowe) w ekosystemie, rozróżnia producentów, konsumentów [...].
3.	I. Znajomość różnorodności biologicznej i podstawowych procesów biologicznych.	VI.1.2. podaje funkcje [...] krwi [...] oraz przedstawia cechy budowy warunkujące pełnienie tych funkcji.
4.	I. Znajomość różnorodności biologicznej i podstawowych procesów biologicznych.	III.9. wymienia cechy umożliwiające zaklasyfikowanie organizmu do [...] ryb, płazów, gadów, ptaków, ssaków oraz identyfikuje nieznanego organizm jako przedstawiciela jednej z wymienionych grup na podstawie obecności tych cech.
5.	IV. Rozumowanie i argumentacja. V. Znajomość uwarunkowań zdrowia człowieka.	VII.7. analizuje informacje dołączone do leków oraz wyjaśnia dlaczego bez wyraźnej potrzeby nie należy przyjmować leków ogólnodostępnych [...].
6.	I. Znajomość różnorodności biologicznej i podstawowych procesów biologicznych. IV. Rozumowanie i argumentacja.	IX.2. wyjaśnia na odpowiednich przykładach, na czym polega dobór naturalny i sztuczny [...].
7.	I. Pozyskiwanie, przetwarzanie i tworzenie informacji.	2.1. odczytuje z układu okresowego podstawowe informacje o pierwiastkach [...]. 2.2. [...] definiuje elektrony walencyjne.
8.	I. Rozumowanie i zastosowanie nabytej wiedzy do rozwiązywania problemów. III. Opanowanie czynności praktycznych.	3.2. [...] obserwuje doświadczenia ilustrujące typy reakcji [...].
9.	II. Rozumowanie i zastosowanie nabytej wiedzy do rozwiązywania problemów. III. Opanowanie czynności praktycznych.	1.8. opisuje proste metody rozdzielania mieszanin [...]. 5.1. bada zdolność do rozpuszczania się różnych substancji w wodzie.
10.	III. Opanowanie czynności praktycznych.	9.9. projektuje doświadczenie, które pozwoli odróżnić kwas oleinowy od palmitynowego.
11.	I. Pozyskiwanie, przetwarzanie	5.1.

	i tworzenie informacji. II. Rozumowanie i zastosowanie nabytej wiedzy do rozwiązywania problemów.	bada zdolność do rozpuszczania się różnych substancji w wodzie. 5.4. opisuje różnice pomiędzy roztworem, [...] nasyconym i nienasyconym. 5.5. [...], oblicza ilość substancji, którą można rozpuścić w określonej ilości wody w podanej temperaturze.
12.	I. Pozyskiwanie, przetwarzanie i tworzenie informacji..	8.2. definiuje pojęcia: węglowodory nasycone i nienasycone. 8.3. tworzy wzór ogólny szeregu homologicznego alkanów [...]. 8.7. opisuje właściwości (spalanie, przyłączanie bromu [...]).
13.	I. Wykorzystanie wielkości fizycznych do opisu poznanych zjawisk lub rozwiązania prostych zadań obliczeniowych.	1.2. odczytuje prędkość [...] z wykresów zależności [...] prędkości od czasu [...]. 1.6. posługuje się pojęciem przyspieszenia do opisu ruchu prostoliniowego jednostajnie przyspieszonego.
14.	II. Przeprowadzanie doświadczeń i wyciąganie wniosków z otrzymanych wyników.	9.9. wyznacza moc żarówki zasilanej z baterii za pomocą woltomierza i amperomierza. 9.8. wyznacza opór elektryczny [...] żarówki za pomocą woltomierza i amperomierza.
15.	III. Wskazywanie w otaczającej rzeczywistości przykładów zjawisk opisywanych za pomocą poznanych praw i zależności fizycznych.	6.5. opisuje mechanizm wytwarzania dźwięku w instrumentach muzycznych. 6.6. wymienia od jakich wielkości fizycznych zależy wysokość i głośność dźwięku.
16.	III. Wskazywanie w otaczającej rzeczywistości przykładów zjawisk opisywanych za pomocą praw i zależności fizycznych.	7.12. nazywa rodzaje fal elektromagnetycznych i podaje przykłady ich zastosowania.
17.	II. Przeprowadzanie doświadczeń i wyciąganie wniosków z otrzymanych wyników.	6.1. opisuje ruch wahadła matematycznego i analizuje przemiany energii w tym ruchu. 6.2. posługuje się pojęciami [...] okresu [...] do opisu drgań [...].
18.	II. Przeprowadzanie doświadczeń i wyciąganie wniosków z otrzymanych wyników.	9.1. wyznacza gęstość substancji, z jakiej wykonano przedmiot w kształcie prostopadłościanu [...], za pomocą wagi i linijki.
19.	III. Stosowanie wiedzy i umiejętności geograficznych w praktyce.	2.2. posługuje się ze zrozumieniem pojęciami ruch obrotowy Ziemi, czas słoneczny, czas strefowy [...]. 2.4. podaje najważniejsze geograficzne następstwa ruchów Ziemi.
20.	I. Korzystanie z różnych źródeł informacji geograficznej.	10.14. przedstawia, na podstawie map tematycznych, główne cechy gospodarki Australii na tle warunków środowiska przyrodniczego.
21.	I. Korzystanie z różnych źródeł informacji geograficznej.	4.1. charakteryzuje na podstawie map różnej treści [...] położenie Polski [...] w Europie, opisuje podział administracyjny Polski [...] wskazuje na mapie województwa [...].
22.	I. Korzystanie z różnych źródeł	6.3.

	informacji geograficznej.	przedstawia na podstawie różnych źródeł informacji, strukturę wykorzystania źródeł energii w Polsce i ocenia jej wpływ na stan środowiska przyrodniczego.
23.	III. Stosowanie wiedzy i umiejętności geograficznych w praktyce.	8.1. charakteryzuje i porównuje [...] środowisko przyrodnicze krajów sąsiadujących z Polską.
24.	II. Identyfikowanie związków i zależności oraz wyjaśnianie zjawisk i procesów.	9.4. wykazuje [...] związki między głównymi cechami środowiska przyrodniczego Europy Północnej [...].

Wykaz sprawdzanych wiadomości i umiejętności z zakresu matematyki

Numer zadania	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
1.	I. Wykorzystanie i tworzenie informacji. II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 4) wyznacza średnią arytmetyczną i medianę zestawu danych.
2.	I. Wykorzystanie i tworzenie informacji. II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów. 5. Procenty. Uczeń: 1) przedstawia część pewnej wielkości jako procent lub promil tej wielkości i odwrotnie.
3.	III. Modelowanie matematyczne.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów kontekście praktycznym, w tym do zamiany jednostek (jednostek prędkości, gęstości itp.).
4.	II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	5. Procenty. Uczeń: 4) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, np. oblicza ceny po podwyżce lub obniżce o dany procent, wykonuje obliczenia związane z VAT, oblicza odsetki dla lokaty rocznej.
5.	II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji. IV. Użycie i tworzenie strategii.	<i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> Uczeń porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne).
6.	II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	3. Potęgi. Uczeń: 3) porównuje potęgi o różnych wykładnikach naturalnych i takich samych podstawach oraz porównuje potęgi o takich samych wykładnikach naturalnych i różnych dodatnich podstawach.
7.	I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	2. Liczby wymierne (dodatnie i niedodatnie). Uczeń: 1) interpretuje liczby wymierne na osi liczbowej. Oblicza odległość między dwiema liczbami na osi liczbowej.

8.	I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	8. Wykresy funkcji. Uczeń: 3) odczytuje z wykresu funkcji: wartość funkcji dla danego argumentu, argumenty dla danej wartości funkcji, dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości dodatnie, dla jakich ujemne, a dla jakich zero.
9.	I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	8. Wykresy funkcji. Uczeń: 4) odczytuje i interpretuje informacje przedstawione za pomocą wykresów funkcji (w tym wykresów opisujących zjawiska występujące w przyrodzie, gospodarce, życiu codziennym).
10.	III. Modelowanie matematyczne. V. Rozumowanie i argumentacja.	9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 5) analizuje proste doświadczenia losowe (np. rzut kostką, rzut monetą, wyciąganie losu) i określa prawdopodobieństwo najprostszych zdarzeń w tych doświadczeniach [...].
11.	II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	<i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> Uczeń w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i danym czasie, prędkość przy danej drodze i danym czasie, czas przy danej drodze i danej prędkości.
12.	III. Modelowanie matematyczne.	7. Równania. Uczeń: 4) zapisuje związki między nieznanymi wielkościami za pomocą układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
13.	II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	11. Bryły. Uczeń: 2) oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prostego, ostrosłupa, walca, stożka, kuli (także w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym); 3) zamienia jednostki objętości.
14.	V. Rozumowanie i argumentacja.	<i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> Uczeń zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu. 10. Figury płaskie. Uczeń: 9) oblicza pola i obwody trójkątów i czworokątów.
15.	IV. Użycie i tworzenie strategii.	10. Figury płaskie. Uczeń: 3) korzysta z faktu, że styczna do okręgu jest prostopadła do promienia poprowadzonego do punktu styczności; 7) stosuje twierdzenie Pitagorasa.
16.	II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji. III. Modelowanie matematyczne.	<i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> Uczeń stosuje twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta. 7. Równania. Uczeń: 1) zapisuje związki między wielkościami za pomocą równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym związki między wielkościami wprost proporcjonalnymi i odwrotnie proporcjonalnymi; 3) rozwiązuje równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą.
17.	IV. Użycie i tworzenie strategii.	<i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> Uczeń stosuje twierdzenie o sumie miar kątów

	V. Rozumowanie i argumentacja.	wewnętrznych trójkąta. 10. Figury płaskie. Uczeń: 3) stosuje cechy przystawania trójkątów.
18.	IV. Użycie i tworzenie strategii. V. Rozumowanie i argumentacja.	10. Figury płaskie. Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Pitagorasa; 8) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i trapezów. 6. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń: 1) opisuje za pomocą wyrażenia algebraicznego związku między różnymi wielkościami.
19.	V. Rozumowanie i argumentacja.	11. Bryły. Uczeń: 1) rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy prawidłowe. 10. Figury płaskie. Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Pitagorasa.
20.	II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	11. Bryły. Uczeń: 2) oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prostego, ostrosłupa, walca, stożka, kuli [...].
21.	III. Modelowanie matematyczne.	5. Procenty. Uczeń: 2) oblicza procent danej liczby. 7. Równania. Uczeń: 7) za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.
22.	V. Rozumowanie i argumentacja.	10. Figury płaskie. Uczeń: 9) oblicza pola i obwody trójkątów i czworokątów; 14) stosuje cechy przystawania trójkątów.
23.	IV. Użycie i tworzenie strategii.	10. Figury płaskie. Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Pitagorasa; 9) oblicza pola i obwody trójkątów i czworokątów. 11. Bryły. Uczeń: 2) oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prostego, ostrosłupa, [...].