



Centralna Komisja Egzaminacyjna

BADANIE DIAGNOSTYCZNE W ROKU SZKOLNYM 2012/2013

CZĘŚĆ MATEMATYCZNO-PRZYRODNICZA MATEMATYKA

ODPOWIEDZI I PROPOZYCJE OCENIANIA ZADAŃ

ARKUSZ GM-M4-125

LISTOPAD 2012

Liczba punktów za zadania zamknięte i otwarte: 29

Zadania zamknięte

| Numer zadania | Odpowiedź poprawna | Zasady przyznawania punktów |
|----------------------|---------------------------|---|
| 1 | C | <ul style="list-style-type: none">• poprawna odpowiedź – 1 p.• odpowiedź błędna lub brak odpowiedzi – 0 p. |
| 2 | D | |
| 3 | PP | |
| 4 | A | |
| 5 | PP | |
| 6 | PF | |
| 7 | C | |
| 8 | FP | |
| 9 | C | |
| 10 | PF | |
| 11 | PF | |
| 12 | B | |
| 13 | C | |
| 14 | PF | |
| 15 | FF | |
| 16 | FP | |
| 17 | PF | |
| 18 | TC | |
| 19 | D | |
| 20 | B | |

Zadania otwarte

UWAGA

Za każde inne niż przedstawione poprawne rozwiązanie przyznajemy maksymalną liczbę punktów.

Zadanie 21. (0-3)

Przykładowe rozwiązania

I sposób

Wszystkie klasy zebrały razem 1200 zł. Zniżka dla szkoły wynosi 200 zł, zatem szkoła płaci $\frac{1000}{1200} = \frac{5}{6}$ zebranej kwoty. Stąd wniosek, że każda klasa płaci $\frac{5}{6}$ zebranych pieniędzy, więc dostanie zwrot $\frac{1}{6}$ wpłaconej kwoty. Zatem klasa 3a otrzyma zwrot $\frac{1}{6} \cdot 360 \text{ zł} = 60 \text{ zł}$.

II sposób

Zebrane kwoty przez poszczególne klasy to: 360 zł, 300 zł, 300 zł, 240 zł. Razem zebrano 1200 zł. Zniżka dla szkoły wynosi 200 zł.
Stosunek zebranych kwot: 6 : 5 : 5 : 4. Stosunek zwróconych kwot powinien być taki sam. Ponieważ $200 \text{ zł} : 20 = 10 \text{ zł}$, zatem klasa 3a otrzyma zwrot $6 \cdot 10 \text{ zł} = 60 \text{ zł}$.

III sposób

Wszystkie klasy zebrały łącznie 1200 zł.

Wkład klasy 3a stanowi $\frac{360}{1200} = \frac{3}{10}$ tej kwoty.

Do podziału między wszystkie klasy jest 200 zł. Wobec tego klasie 3a trzeba zwrócić

$$\frac{3}{10} \cdot 200 \text{ zł} = 60 \text{ zł}$$

IV sposób

Stosunek zwróconych kwot powinien być taki sam jak stosunek zebranych kwot:

360 zł, 300 zł, 300 zł, 240 zł – 1200 zł

180 zł, 150 zł, 150 zł, 120 zł – 600 zł

60 zł, 50 zł, 50 zł, 40 zł – 200 zł

Odpowiedź. Klasie 3a zwrócono 60 zł.

V sposób

Klasy 3b i 3c wpłaciły łącznie taką samą kwotę jak klasy 3a i 3d łącznie, czyli po 600 zł. Skoro do zwrotu jest 200 zł ($1200 \text{ zł} - 1000 \text{ zł}$), to klasom 3b i 3c łącznie trzeba zwrócić tyle samo co klasom 3a i 3d razem, czyli po 100 zł, ale każdej klasie proporcjonalne do jej wpłaty:

$$3a : 3d = 360 : 240 = 3 : 2$$

Kwota 100 zł podzielona w tej proporcji to

$$3a : 3d = 60 \text{ zł} : 40 \text{ zł}$$

Odpowiedź. Klasie 3a zwrócono 60 zł.

Poziom wykonania

P₆ – 3 punkty – pełne rozwiązanie

obliczenie kwoty zwróconej klasie 3a (60 zł)

P₄ – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne

ustalenie metody dokonania podziału kwoty:

obliczenie, jaką częścią całej zebranej kwoty jest kwota do zwrotu

(I sposób: np. $\frac{200}{1200} = \frac{1}{6}$)

lub

wyznaczenie stosunku wpłat dokonanych przez poszczególne klasy

(II sposób: np. $6 : 5 : 5 : 4$; V sposób: np. $3a : 3d = 3 : 2$)

lub

obliczenie, jaką częścią zebranej kwoty jest wpłata klasy 3a

(III sposób: np. $\frac{360}{1200} = \frac{3}{10}$)

lub

proporcjonalne zmniejszenie kwot wpłaconych przez poszczególne klasy w celu uzyskania sumy równej łącznej kwocie do zwrotu (IV sposób)

lub

obliczenie kwoty, którą należy zwrócić klasie 3a z błędem rachunkowym

P₁ – 1 punkt – dokonano niewielkiego, ale koniecznego postępu na drodze do całkowitego rozwiązania

obliczenie łącznej kwoty do zwrotu (200 zł)

lub

ustalenie metody dokonania podziału kwoty z błędem rachunkowym i poprzestanie na tym

P₀ – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Zadanie 22. (0-3)

Przykładowe rozwiązania

I sposób

Paweł mógł wyrzucić liczby: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Otrzymana liczba ma być parzysta, czyli jej ostatnią cyfrą może być 2, 4 lub 6.

Otrzymana liczba ma być podzielna przez 9, więc suma jej cyfr musi być liczbą podzielną przez 9.

A zatem:

- jeśli ostatnia cyfra jest równa 2, to mamy liczbę $312x2$. Spośród liczb od 1 do 6 tylko dla $x = 1$ otrzymana liczba jest podzielna przez 9.
- jeśli ostatnia cyfra jest równa 4, to liczba jest równa $312x4$. Żadna z liczb od 1 do 6, wstawiona w miejsce x , nie utworzy liczby podzielnej przez 9.

- jeśli ostatnia cyfra jest równa 6, to mamy liczbę $312x6$. Spośród liczb od 1 do 6 tylko dla $x = 6$ otrzymana liczba jest podzielna przez 9.

Odpowiedź. Paweł wyrzucił kolejno liczby 1 i 2 lub 6 i 6.

II sposób

Szukana liczba to $312xy$ i x, y to liczby od 1 do 6.

Aby ta liczba była podzielna przez 9 suma jej cyfr musi być podzielna przez 9.

Stąd $x + y = 3$ lub $x + y = 12$

Aby szukana liczba była parzysta, to jej ostatnia cyfra musi być równa 2 lub 4 lub 6.

Jeśli $y = 2$, to x musi być równe 1.

Jeśli $y = 4$, to nie ma odpowiedniego x .

Jeśli $y = 6$, to x musi być równe 6.

Czyli za czwartym i piątym razem Paweł wyrzucił 1 i 2 lub 6 i 6.

Poziom wykonania

P₆ – 3 punkty – pełne rozwiązanie

podanie obu rozwiązań zadania wraz z uzasadnieniem

P₄ – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończzone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne

podanie rozwiązań (1 i 2, 6 i 6, 2 i 1) powołujących się tylko na podzielność liczb przez 9 lub

podanie jednego z poprawnych rozwiązań i podjęcie próby argumentacji, powołując się zarówno na parzystość, jak i podzielność przez 9

P₂ – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane

podanie dwóch poprawnych rozwiązań ale bez uzasadnienia

lub

podanie jednego poprawnego rozwiązania i podjęcie próby argumentacji, powołując się tylko na jeden z warunków

P₀ – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu

niepoprawne rozwiązanie lub brak rozwiązania

Zadanie 23. (0-3)

Przykładowe rozwiązania

I sposób

$P_p = 0,75P_1$, więc $P_c = 2P_p + 4P_1 = 2 \cdot 0,75 P_1 + 4P_1 = 1,5 P_1 + 4 P_1 = 5,5 P_1$

$264 = 5,5 P_1$, stąd $P_1 = 48 \text{ cm}^2$, $P_p = 36 \text{ cm}^2$

Podstawą graniastoslupa jest kwadrat, więc $a = 6 \text{ cm}$. Ściana boczna jest prostokątem o polu 48 cm^2 , więc jej drugi bok jest równy 8 cm. Zatem wysokość bryły jest równa 8 cm.

II sposób

$$P_p = a^2, P_1 = ah, P_p = 0,75P_1, \text{ więc } a^2 = 0,75ah, \text{ stąd } a = 0,75h$$
$$P_c = 2P_p + 4P_1$$

$$264 = 2a^2 + 4ah = 2 \cdot (0,75h)^2 + 4 \cdot 0,75h \cdot h = \frac{9}{8}h^2 + 3h^2 = \frac{33}{8}h^2$$

$$h^2 = 64, \text{ więc } h = 8 \text{ (cm)}$$

Odpowiedź: Wysokość graniastosłupa jest równa 8 cm.

III sposób

Jeśli $P_p = 0,75P_1$, to stosunek pól ścian w graniastosłupie wynosi

$$P_p : P_p : P_1 : P_1 : P_1 : P_1 = \frac{3}{4} : \frac{3}{4} : 1 : 1 : 1 : 1$$

$$264 \text{ cm}^2 : 22 = 12 \text{ cm}^2, \text{ zatem } P_1 = 48 \text{ cm}^2, P_p = 36 \text{ cm}^2$$

Podstawą graniastosłupa jest kwadrat, więc $a = 6 \text{ cm}$. Ściana boczna jest prostokątem, więc jego drugi bok jest równy 8 cm. Zatem wysokość bryły wynosi 8 cm.

IV sposób

$$P_p = a^2, P_1 = ah, P_p = 0,75P_1, \text{ więc } a^2 = 0,75ah$$
$$P_c = 2P_p + 4P_1, \text{ więc } 264 = 2a^2 + 4ah$$

$$\begin{cases} a^2 = 0,75ah \\ 264 = 2a^2 + 4ah \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 = 0,75ah \\ 264 = 5,5ah \end{cases}$$

$$\text{Stąd } ah = 48, \text{ zatem } a^2 = 36, \text{ więc } a = 6 \text{ i } h = 8$$

Odpowiedź. Wysokość graniastosłupa jest równa 8 cm.

Poziom wykonania

P₆ – 3 punkty – pełne rozwiązanie

obliczenie wysokości graniastosłupa (8 cm)

P₄ – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne

wyznaczenie pola podstawy i pola jednej ściany bocznej graniastosłupa (I i III sposób)
lub

zapisanie równania z jedną niewiadomą prowadzącego do wyznaczenia długości jednej z krawędzi graniastosłupa (II sposób)

lub

zapisanie układu równań z dwiema niewiadomymi prowadzącego do wyznaczenia długości obu krawędzi graniastosłupa (IV sposób)

lub

rozwiązanie zadania do końca poprawną metodą ale z błędami rachunkowymi

P₂ – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane

zapisanie równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia pola jednej ze ścian graniastosłupa

lub

zapisanie związku między polami ścian graniastosłupa ($P_c = 2P_p + 4P_1$) i związku między krawędziami graniastosłupa ($a^2 = 0,75ah$)

P₀ – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania